

CNED

*Astrophysique Approfondissement :
À propos de l'âge de l'univers*

Devoirs

Lucette Bottinelli
Michèle Gerbaldi
Lucienne Gouguenheim



UNIVERSITÉ DE
PARIS-SUD XI



M 9807 D
333

Centre National d'Enseignement à Distance - Institut de Vanves

ASTROPHYSIQUE : APPROFONDISSEMENT

* * * *

A PROPOS DE L'AGE DE L'UNIVERS

DEVOIRS

L. BOTTINELLI

Université Paris-Sud-XI
Observatoire de Meudon

M. GERBALDI

Université Paris-Sud-XI
Institut d'Astrophysique de Paris

L. GOUGUENHEIM

Université Paris-Sud-XI
Observatoire de Meudon

M 9807 D

Les devoirs devront être envoyés à la correction durant les périodes suivantes et selon les consignes données dans le **Guide Pratique** de l'Institut de Vanves du CNED.

Les délais proposés pour l'envoi des devoirs sont fortement conseillés pour un bon déroulement de la formation. Toutefois, des retards raisonnables sont acceptés, à l'exception du devoir n°3 (s'il est le second devoir remis) pour ceux qui souhaitent passer l'examen.

- Devoir n°1, entre le **15 novembre et le 15 décembre** ;
- Devoir n°2, entre le **15 janvier et le 15 février** ;
- Devoir n°3, au plus tard à la **mi-mars**.

DEVOIR N° 1

LES EFFETS DE L'EXTINCTION INTERSTELLAIRE

On étudie ici différents effets de l'extinction générale produite par le milieu interstellaire sur le rayonnement reçu des astres en relation avec les travaux qui ont permis en 1930 à R. J. Trumpler de mettre en évidence ce phénomène. On admettra que cette extinction peut être caractérisée par une opacité moyenne **uniforme** Σ avec une variation dE d'éclat apparent, le long d'un trajet de longueur dr , décrite par la relation : $dE = -\Sigma E dr$. On notera dans toute la suite avec un indice zéro les valeurs des paramètres physiques non affectées par l'absorption interstellaire. Ne pas oublier que l'échelle des magnitudes est définie en logarithme décimal.

1- Montrer que l'éclat E observé pour un astre situé à une distance r_0 , est lié à l'éclat E_0 qu'aurait cet astre en absence de toute extinction par la relation suivante : $E = E_0 \exp(-\Sigma r_0)$; cette relation s'écrit de manière équivalente :

$$E = E_0 e^{-\Sigma r_0}.$$

2- On désigne selon l'usage par A , la correction à apporter à la magnitude apparente observée. Montrer que $A = m - m_0 = 1,086 \Sigma r_0$, où m et m_0 désignent la magnitude apparente respectivement observée et corrigée d'absorption. On utilisera la définition des magnitudes apparentes en fonction de l'éclat apparent et la relation donnant E/E_0 établie à la question 1. On n'oubliera pas que l'échelle des magnitudes utilise des logarithmes **décimaux** ; on rappelle que le logarithme décimal de e vaut : 0,4343.

3- On admettra **dans toute la suite** que la correction d'absorption A est en moyenne de 1 magnitude pour une distance de 1 kiloparsec ($1 \text{ kpc} = 1000 \text{ parsecs}$) au voisinage du plan galactique.

3a- On considère une étoile de magnitude absolue connue M_0 , située à une distance $r_0 = 1 \text{ kpc}$. Que vaut $(m - m_0)$? Exprimer $(m - m_0)$ en fonction de r/r_0 et en déduire la valeur (en kpc) de la distance apparente r (déduite de m) de l'étoile.

3b- Ecrire la relation générale (c'est-à-dire pour toute valeur de r_0) donnant $(m - m_0)$ en fonction de r_0 , en exprimant les distances en kpc. En déduire la relation liant r et r_0 sous la forme : $r_0 = f(r/r_0)$ où l'on précisera la fonction f .

3c- Déterminer la distance apparente r (en kpc) d'une étoile sachant que $M_0 = -2$ et $m = 8$. En déduire que sa distance vraie r_0 (en kpc) satisfait à la relation suivante : $r_0 = 10^B$ où $B = -0,2r_0$. En dé-

duire sa distance vraie r_0 en effectuant un calcul par itération. On pourra initialiser ce calcul en partant d'une première estimation r_1 pour r_0 , avec $r_1 = 1$ (en kpc) et en calculant une seconde estimation r_2 à l'aide de la relation précédente et ainsi de suite jusqu'à obtenir des estimations successives égales à 0,001 kpc près. On donnera ainsi la valeur de r_0 au parsec près.

3d- Montrer à partir du résultat obtenu au 3-b que r (en kpc) s'exprime en fonction de r_0 (en kpc) par la relation : $r = 10^C$, avec $C = \log r_0 + 0,2r_0$.

3e- Tracer sur un graphique (cf la Figure 1 où la droite en pointillé correspond à $r_0 = r$) la courbe donnant r_0 en fonction de r . Vérifier les résultats numériques obtenus précédemment (3a et 3c). Comment serait modifiée cette courbe, si l'absorption moyenne par unité de longueur était inférieure (on adoptera par exemple $a = 0,79$, qui est la valeur adoptée par R. J. Trumpler) ou supérieure (par exemple, avec $a = 2$). Commenter brièvement ces résultats.

4- On considère des étoiles d'une certaine magnitude absolue fixée M_0 , ayant une répartition homogène dans l'espace, caractérisée par la densité numérique moyenne $\langle n \rangle$. Soit $n(m_0)$ le nombre de telles étoiles par unité d'angle solide, plus brillantes que la magnitude limite m_0 .

4a- Trouver l'expression de $\log n(m_0)$ en fonction de m_0 et donner l'allure de la courbe représentant $\log n(m_0)$ en fonction de m_0 .

4b- Représenter sur le même graphique, l'allure de la courbe **observée** représentant $\log n(m)$ en fonction de m , quand on utilise des magnitudes m , non corrigées d'absorption.

4c- Quelle serait l'allure de la courbe représentant $\log n(m)$ s'il n'y avait pas d'absorption générale mais **seulement** une absorption due à un nuage discret localisé à une certaine distance de l'observateur.

5- L'étude des amas ouverts de distance connue au voisinage du plan galactique a montré que leur diamètre linéaire moyen $\langle D_0 \rangle$ est très bien corrélé à leur structure morphologique (celle-ci est caractérisée par divers paramètres liés à la distribution des étoiles dans l'amas).

5a- En déduire le principe d'une méthode permettant de déterminer la distance d'amas plus lointains à partir de l'observation du diamètre angulaire apparent d_0 et de la structure morphologique de l'amas.

5b- Cette méthode appliquée par Trumpler a fourni des distances qui sont systématiquement inférieures à celles (r) déduites des parallaxes spectroscopiques des étoiles membres de l'amas. Comment expliquer qualitativement cette différence ?

5c- Trumpler a également montré que le diamètre linéaire D d'un amas déduit de son diamètre angulaire apparent d_0 et de sa distance r est d'autant plus grand que l'amas est lointain. Discuter et interpréter qualitativement ce résultat présenté sur la Figure 2 jointe.

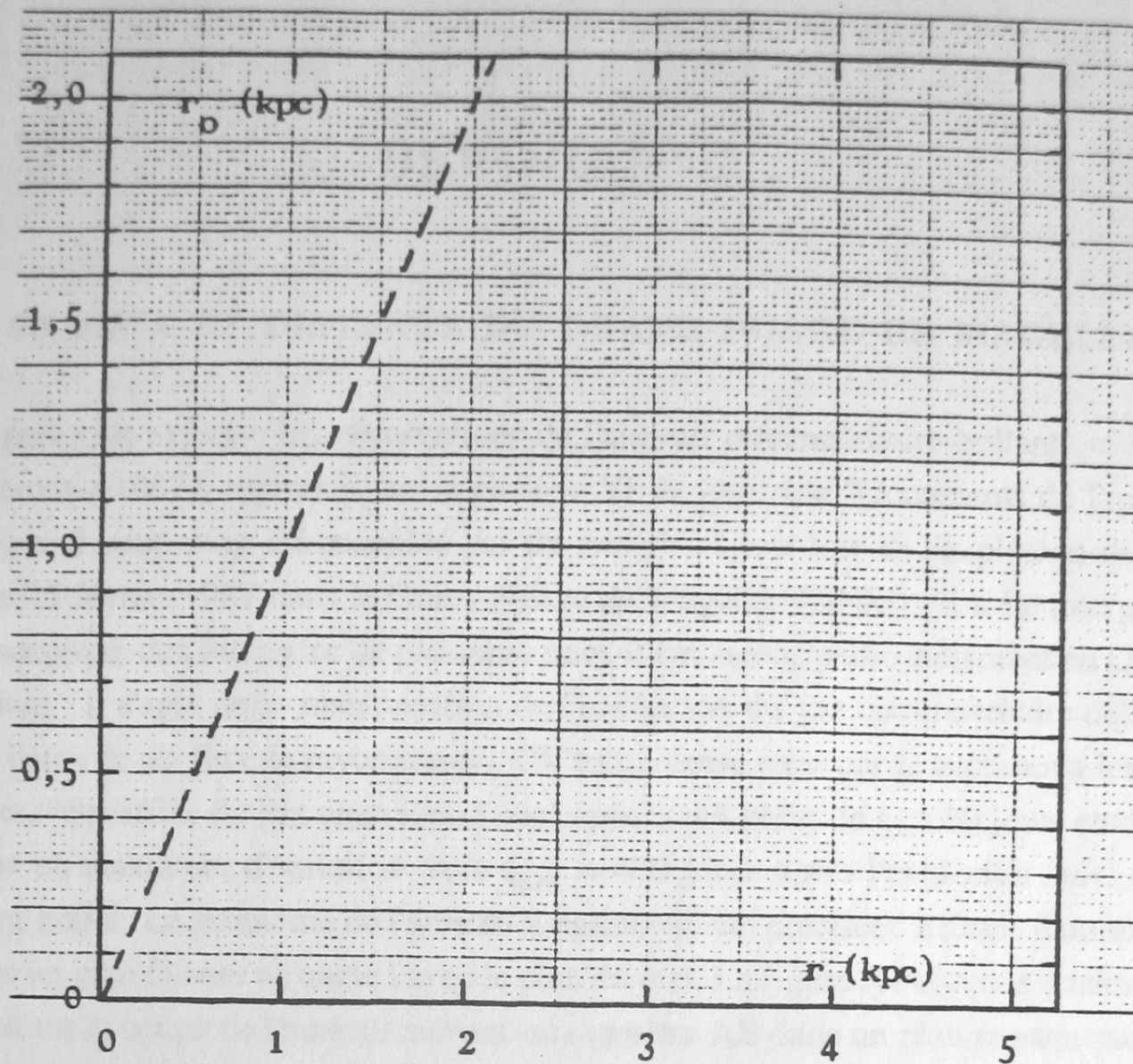


Figure 1. Distance apparente r (en kpc) en fonction de la distance r_0 (en kpc).

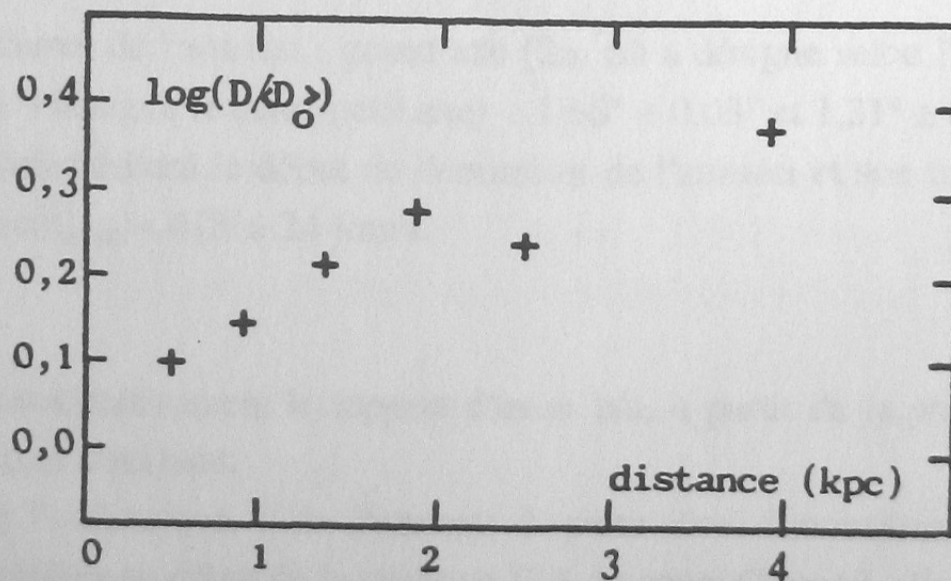


Figure 2. Diamètre linéaire D (exprimé en unité du diamètre linéaire moyen $\langle D_0 \rangle$) des amas ouverts en fonction de leur distance.

DEVOIR N° 2

PARTIE A - SN 1987A ET DISTANCE DU GRAND NUAGE DE MAGELLAN

Dans cette partie on exploite les observations de l'anneau circumstellaire brillant qui entoure le centre de la supernova 1987A reproduit sur la planche VI du fascicule "Documents de Travail". Cet anneau est trop grand pour avoir été constitué par du matériau éjecté lors de l'explosion de la supernova observée le 25 février 1987 dans le Grand Nuage de Magellan (GNM) ; il a été interprété grâce au suivi spectroscopique des intensités de plusieurs raies d'émission, particulièrement en UV, réalisé depuis l'évènement : il s'agit de la manifestation de l'ionisation du gaz circumstellaire déjà présent, produite lors de l'arrivée du flux de rayonnement UV très intense émis par la supernova lors de l'explosion. Les raies d'émission du gaz ainsi ionisé sont apparues à partir de $t_0 = 80$ jours environ après l'explosion, avec un maximum d'émission vers $t_{\max} = 400$ jours après l'explosion suivi d'une décroissance et d'un palier. La géométrie de l'anneau a également été précisée : il s'agit d'un anneau circulaire situé dans un plan faisant un angle i avec le plan du ciel. La figure A1 ci-après schématise cette situation en montrant la coupe de l'anneau suivant un diamètre AB dans un plan passant par le centre C de la supernova et l'observateur placé en O.

Ces observations permettent d'une part de mesurer le diamètre angulaire apparent de l'anneau (à partir de l'image résolue de l'anneau comme celle présentée sur la planche VI) et d'autre part, de déduire le diamètre linéaire de cet anneau à partir des délais t_0 et t_{\max} mesurés. On dispose des données suivantes :

- dimensions angulaires de l'anneau : grand axe ($2a$, où a désigne selon l'usage le demi-grand axe) et petit axe ($2b$, où b désigne le demi-petit axe) : $1,66'' \pm 0,03''$ et $1,21'' \pm 0,03''$.
- délais en temps caractérisant le début de l'émission de l'anneau et son maximum, respectivement : $t_0 = 83 \pm 6$ jours et $t_{\max} = 413 \pm 24$ jours.

1-

1a- Estimer approximativement le rapport d'axes b/a , à partir de la planche VI. Comparer aux mesures précises citées plus haut.

1b- Déterminer l'inclinaison i de l'anneau à partir des dimensions angulaires précises publiées ; on pourra se référer au début de la question II-3 du cours (Tome I - Section A, chap II).

2- On désigne par R le rayon de l'anneau et on désigne par H (voir figure A1) la projection du bord avant de l'anneau sur la direction OC (observateur - SN) ; de même K désigne la projection du bord arrière de l'anneau. Exprimer CH et CK en fonction de R et $\sin i$.

3 - On désigne par c la vitesse de la lumière.

3a- Quelle est la durée nécessaire pour qu'un signal lumineux émis en C parvienne en A ou en B ?

3b- Quelle est la durée nécessaire pour qu'un signal lumineux émis en C parvienne en O ?

3c- Les instants t_0 et t_{\max} sont comptés à partir de l'instant initial de l'explosion perçue par O, et correspondent respectivement au début de l'émission du gaz de l'anneau (l'émission par le bord A, le plus proche de O, commence à être perçue par l'observateur) et au maximum d'émission (c'est-à-dire où celle de tout l'anneau jusqu'au point B, le plus éloigné de O, est perçue par l'observateur). Montrer que t_0 et t_{\max} obéissent aux relations suivantes (1) et (2) :

$$(1) \quad t_0 = (1 - \sin i) R/c \quad \text{et} \quad (2) \quad t_{\max} = (1 + \sin i) R/c$$

4 - Déterminer l'inclinaison i (et son incertitude) à partir des relations (1) et (2). Comparer au résultat obtenu à la question 1-b. On adoptera dans la suite pour i , la valeur moyenne obtenue par ces deux déterminations.

5 - Déterminer le diamètre ($2R$) de l'anneau en km et son incertitude.

6 - Déterminer la distance d du GNM en km et en kpc et son incertitude Δd . Que vaut le module de distance correspondant μ et son incertitude $\Delta \mu$?

7 - Les publications récentes (1997) de divers auteurs, utilisant cette méthode, ont fourni les résultats suivants pour le module de distance du GNM :

$$\mu_1 = 18,37 \pm 0,04$$

$$\mu_2 = 18,43 \pm 0,10$$

$$\mu_3 = 18,58 \pm 0,03$$

$$\mu_4 = 18,67 \pm 0,08$$

Enfin certains résultats (1998) utilisant les RR Lyrae et la calibration Hipparcos ont fourni :

$\mu_5 = 18,26 \pm 0,15$ et d'autres (1997) utilisant les céphéides et Hipparcos ont fourni : $\mu_6 = 18,70 \pm 0,10$. Commenter ces résultats et quelles conclusions en tirez-vous ?

N.B. Les données utilisées dans ce devoir ont été publiées dans ApJ 380, L23 (1991).

PARTIE B - LA DISTANCE DE LA GALAXIE M100, LA CONSTANTE DE HUBBLE ET L'AGE DE L'UNIVERS.

On utilise ci-après les données obtenues par le télescope spatial Hubble sur la détection de céphéides dans la galaxie M100 appartenant à l'amas Virgo. Les magnitudes apparentes moyennes m_I en bande I ($\lambda = 789 \text{ nm}$) et les périodes P (exprimées en jours), des céphéides de M100 suivent une

relation "Période-Luminosité" de même forme que celle obtenue sur les céphéides du Grand Nuage de Magellan (GNM). En adoptant un module de distance pour le GNM égal à 18,5, on obtient la relation de calibration suivante exprimant la magnitude absolue moyenne M_I des céphéides, en fonction du logarithme décimal de la période P (en jours) : $M_I = - 3,50 \log P - 1,35$.

La Figure B1 montre le résultat des observations de céphéides détectées dans M100 ; la droite en trait plein a pour équation : $m_I = - 3,50 \log P + 29,90$.

1- Expliquer brièvement :

1a- comment sont obtenus les paramètres figurant sur les axes de la Figure B1 et quel intérêt particulier présente le télescope spatial pour réaliser ces observations.

1b- quel intérêt présente l'utilisation de la bande I par rapport à la bande V ?

2- Vous semble-t-il légitime de considérer que les céphéides de M100 obéissent à la même relation "Période-Luminosité" que celles du GNM ? justifier brièvement votre réponse.

3- Déterminer le module de distance de la galaxie M100. (On rappelle que le module de distance est défini par : $\mu = m - M$).

4- Compte tenu des effets de l'extinction interstellaire, les auteurs de l'observation de M100 concluent à un module de distance corrigé : $\mu_0 = 31,16 \pm 0,20$, pour M100.

4a- le résultat obtenu au 3 est-il qualitativement compatible avec cette valeur corrigée ?

4b- déterminer la distance de M100 en Mpc et son incertitude.

5- M100 appartient à l'amas Virgo, pour lequel différents auteurs indiquent une vitesse cosmologique comprise entre les deux valeurs extrêmes : $V_1 = 1100 \text{ km s}^{-1}$ et $V_2 = 1400 \text{ km s}^{-1}$. Compte tenu de la distance de M100 obtenue au 4b, déterminer les valeurs de la constante de Hubble, respectivement H_1 et H_2 , associées à ces deux vitesses.

6- En déduire les valeurs (en années) du temps de Hubble ($t_H = 1/H$), respectivement t_1 et t_2 associés à H_1 et H_2 . On rappelle les données suivantes :

$$1\text{Mpc} = 3,086 \times 10^{19} \text{ km et } 1 \text{ an} = 3,16 \times 10^7 \text{ s.}$$

7- Discuter brièvement le résultat trouvé ici, compte tenu de ce que vous savez sur l'âge de l'univers comparé à $1/H$ et sur l'âge des amas globulaires les plus vieux.

PARTIE C - LE DIAGRAMME HR DES AMAS M3 ET NGC 188.

La Figure C1 représente le diagramme HR des deux amas M3 et NGC 188. Les observations photométriques ont été faites en utilisant le système UBV ; les magnitudes apparentes m_B et m_V sont notées B et V ; M_V désigne la magnitude absolue.

Les observations des étoiles individuelles ont été moyennées et conduisent au tracé schématisé des diagrammes HR de la Figure C1.

1- Préciser la signification de la variable $(B-V)_0$ portée en abscisse. Comment est-elle obtenue à partir des observations ?

2- A partir de la Figure C1, estimer pour chaque amas, la valeur de la magnitude absolue pour une étoile située sur la série principale et ayant une abscisse $(B-V)_0 = +0,8$.

3- La métallicité $[Fe/H]$ de chaque amas a la valeur suivante :

$$[Fe/H] = +0,07 \quad \text{pour NGC 188}$$

$$[Fe/H] = -1,69 \quad \text{pour M3}$$

3a- donner la définition précise de $[Fe/H]$

3b- calculer le rapport entre l'abondance du fer dans NGC 188 et celle dans M3.

3c- expliquer l'origine de la différence d'abondance du fer entre ces deux amas.

4- Préciser lequel de ces deux amas est le plus vieux en justifiant soigneusement la réponse.

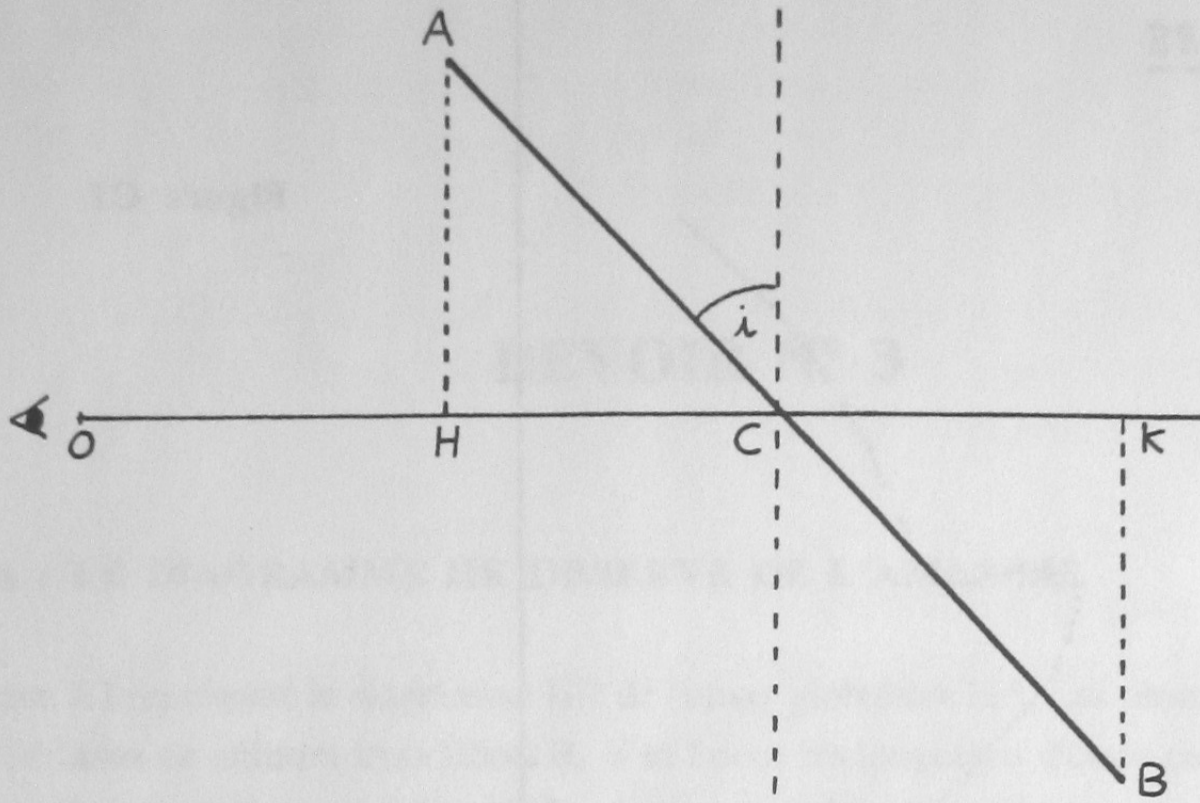


Figure A1. Coupe de l'anneau entourant le centre C de la supernova SN 1987A.

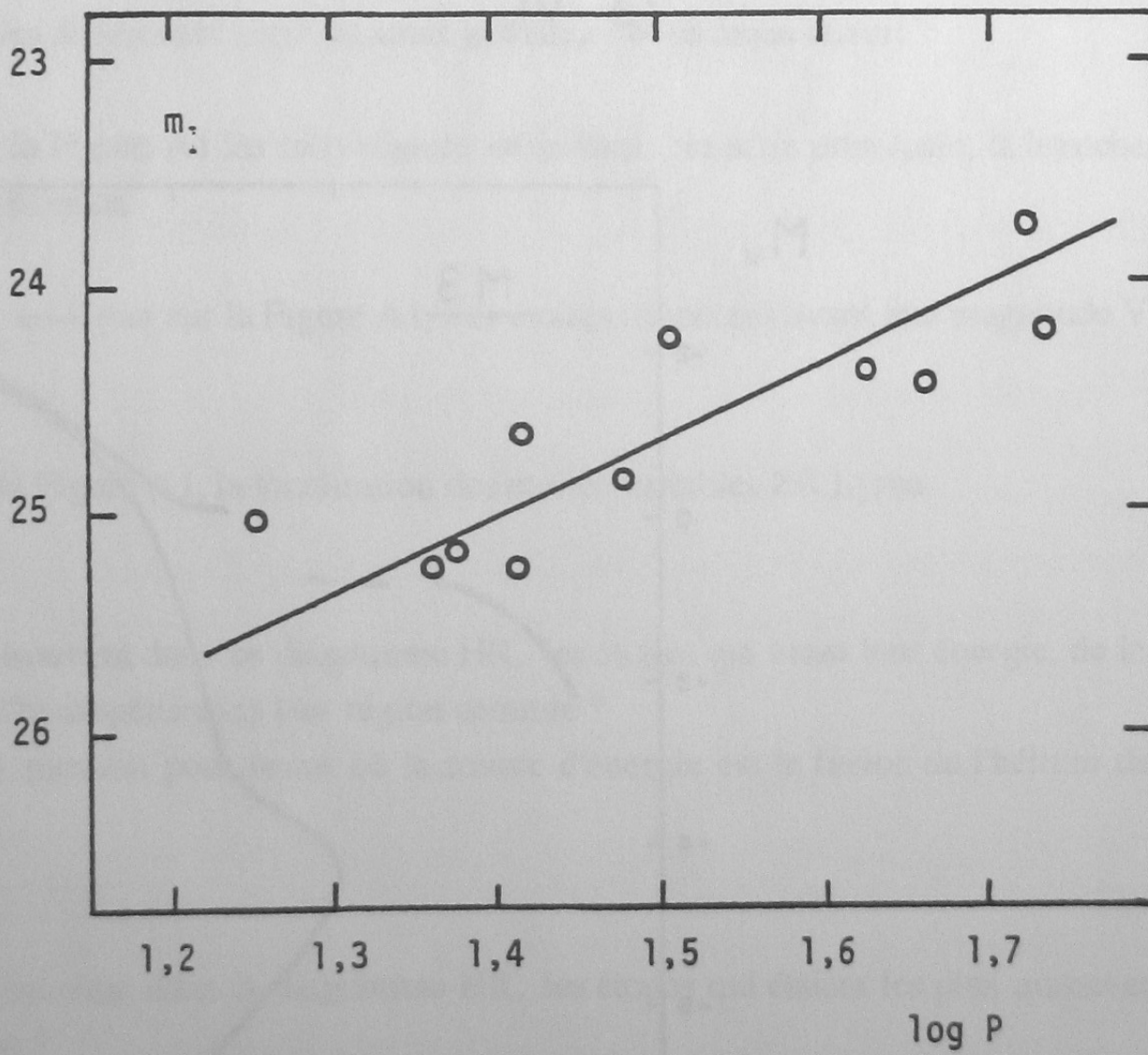


Figure B1. Les céphéides observées en bande I dans la galaxie M 100.

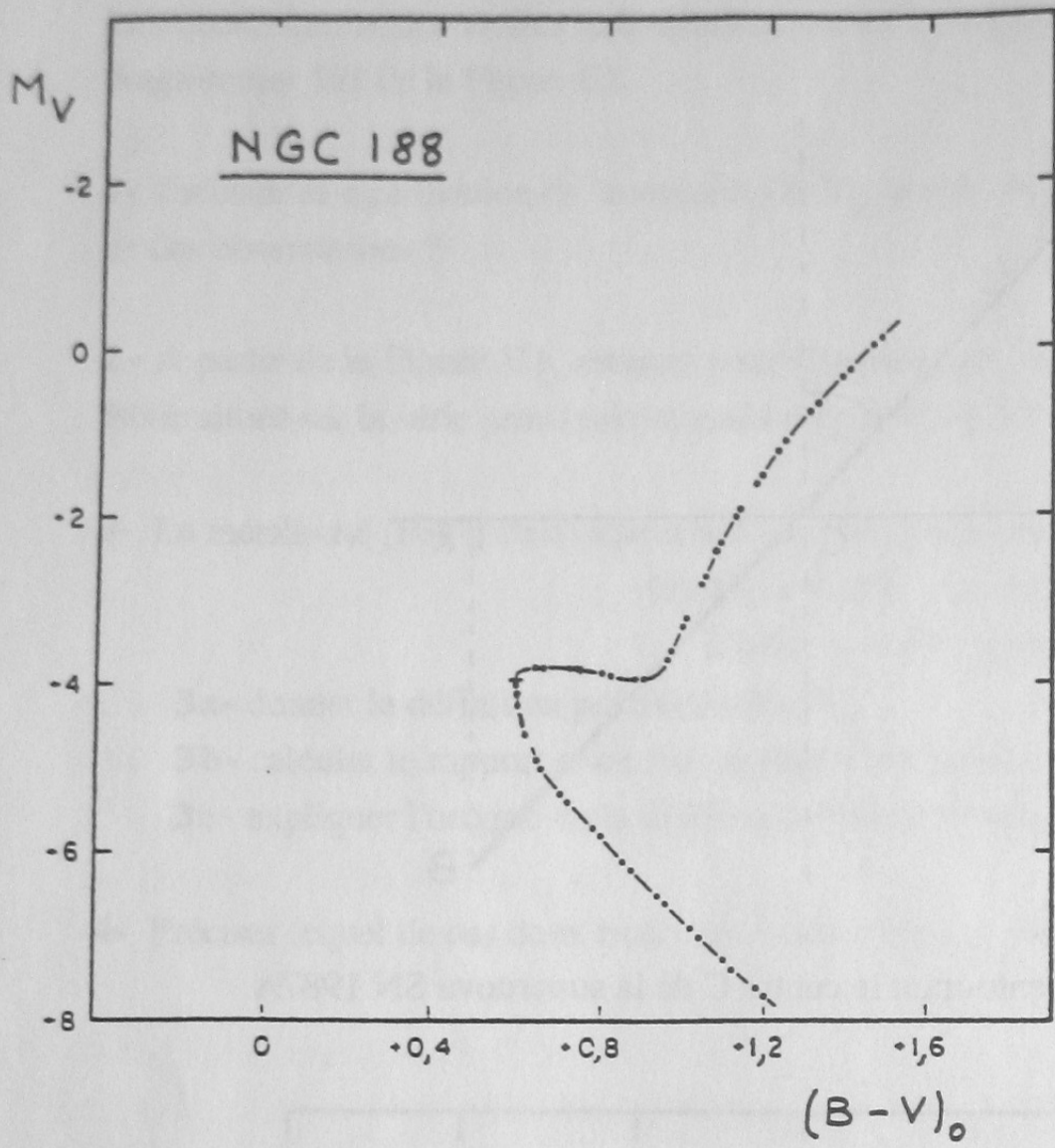
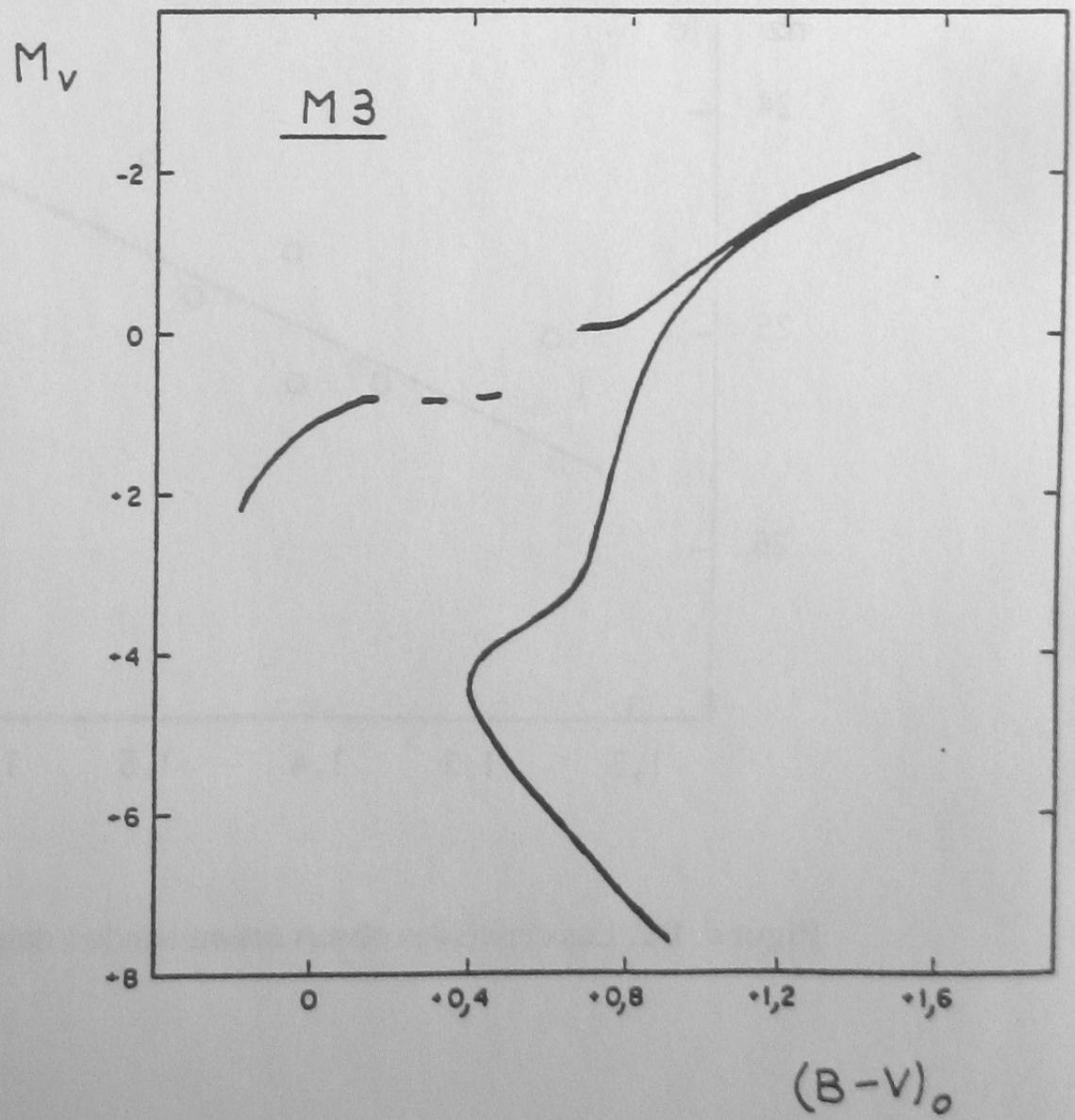


Figure C1



DEVOIR N° 3

PARTIE A : LE DIAGRAMME HR OBSERVE DE L'AMAS M5.

La Figure A1 représente le diagramme HR de l'amas globulaire M5. Les observations photométriques ont été faites en utilisant trois filtres B, V et I dont les longueurs d'onde caractéristiques sont localisées dans le domaine spectral du visible ; les magnitudes apparentes m_B , m_V et m_I sont notées respectivement dans toute la suite, par B, V et I. L'indice de couleur (V-I) est un indicateur de la température effective T_{eff} , similaire à (B-V).

- 1 - Quelles sont les différences entre un amas globulaire et un amas ouvert ?
- 2 - Désigner sur la Figure A1 les trois régions délimitant : la série principale, la branche des géantes et la branche horizontale.
- 3 - Pourquoi n'y a-t-il pas sur la Figure A1, des étoiles observées ayant une magnitude V plus grande que 21,5 ?
- 4 - Indiquer sur la Figure A1, la localisation des étoiles variables RR Lyrae.
- 5 -
 - 5a- Où se trouvent dans ce diagramme HR, les étoiles qui tirent leur énergie, de la fusion thermonucléaire de l'hydrogène dans leur région centrale ?
 - 5b- Même question pour le cas où la source d'énergie est la fusion de l'hélium dans la région centrale.
- 6 -
 - 6a- Où se trouvent dans ce diagramme HR, les étoiles qui étaient les plus massives au moment de leur formation ?
 - 6b- Même question pour ce qui concerne les étoiles les moins massives.

7 - Expliquer quel a été le trajet évolutif dans le diagramme HR, d'une étoile de l'amas M5, qui se trouve actuellement dans la branche horizontale.

PARTIE B - LA DISTANCE DE L'AMAS M5.

La Figure B1 représente le diagramme HR du même amas M5, où le trait continu représente un tracé moyen des observations. Deux auteurs différents indiquent respectivement, pour la métallicité $[Fe/H]$ de l'amas, les valeurs -1,17 et -1,4.

1 -

1a- Expliquer ce que représente $[Fe/H]$.

1b- Si l'on adopte pour l'amas la valeur $[Fe/H] = -1,4$, comparer l'abondance du Fe dans l'atmosphère des étoiles de M5, à celle du Soleil.

2 - En utilisant la Figure B1, estimer la magnitude apparente des étoiles RR Lyrae de l'amas M5.

3 - On utilise la relation de calibration suivante en magnitude absolue, des étoiles RR Lyrae :

$$M_v = 0,20 [Fe/H] + 0,98$$

Calculer M_v pour les deux métallicités mesurées pour l'amas. En déduire, pour chaque métallicité, le module de distance μ de l'amas. On rappelle la définition : $\mu = m - M$.

4 - On a mesuré pour l'amas M5, une extinction interstellaire caractérisée par l'excès de couleur : $E(B-V) = 0,03$.

4a- en considérant que l'absorption A_v est égale à $3,1 E(B-V)$, calculer, pour chacune des deux métallicités, le module de distance puis la distance (en parsecs) de l'amas.

4b- calculer, en pourcentage, l'erreur faite sur la distance, si l'on ne tient pas compte de l'extinction interstellaire.

4c- comparer le résultat du 4b à la modification de la distance résultant de la différence des valeurs de la métallicité données par les deux auteurs. Quel est l'effet le plus important : celui dû au fait de négliger $E(B-V)$ ou celui dû à la mauvaise connaissance de $[Fe/H]$?

PARTIE C - L'AGE DE L'AMAS M5.

La Figure C1 représente une série d'isochrones calculées avec $[Fe/H] = -1,2$ et pour les âges suivants, en milliards d'années : 10, 12, 14, 16, 18, 20.

1 - Que représente le paramètre Z indiqué dans le cadre de la Figure C1 ?

2 - Expliquez brièvement, comment est calculé le tracé d'une ligne isochrone.

3 - Indiquez sur la Figure C1, les âges correspondants aux six lignes isochrones considérées ici.

4 - En utilisant la Figure C1, estimer la magnitude absolue M_V du "coude", pour chaque isochrone.

5 - En utilisant les résultats du 4 et de la partie B (Figure B1 et questions 3 et 4a), donner une estimation de l'âge de l'amas M5. On explicitera soigneusement la démarche suivie. Quel est l'effet d'une mauvaise connaissance du rougissement interstellaire sur ce résultat ?

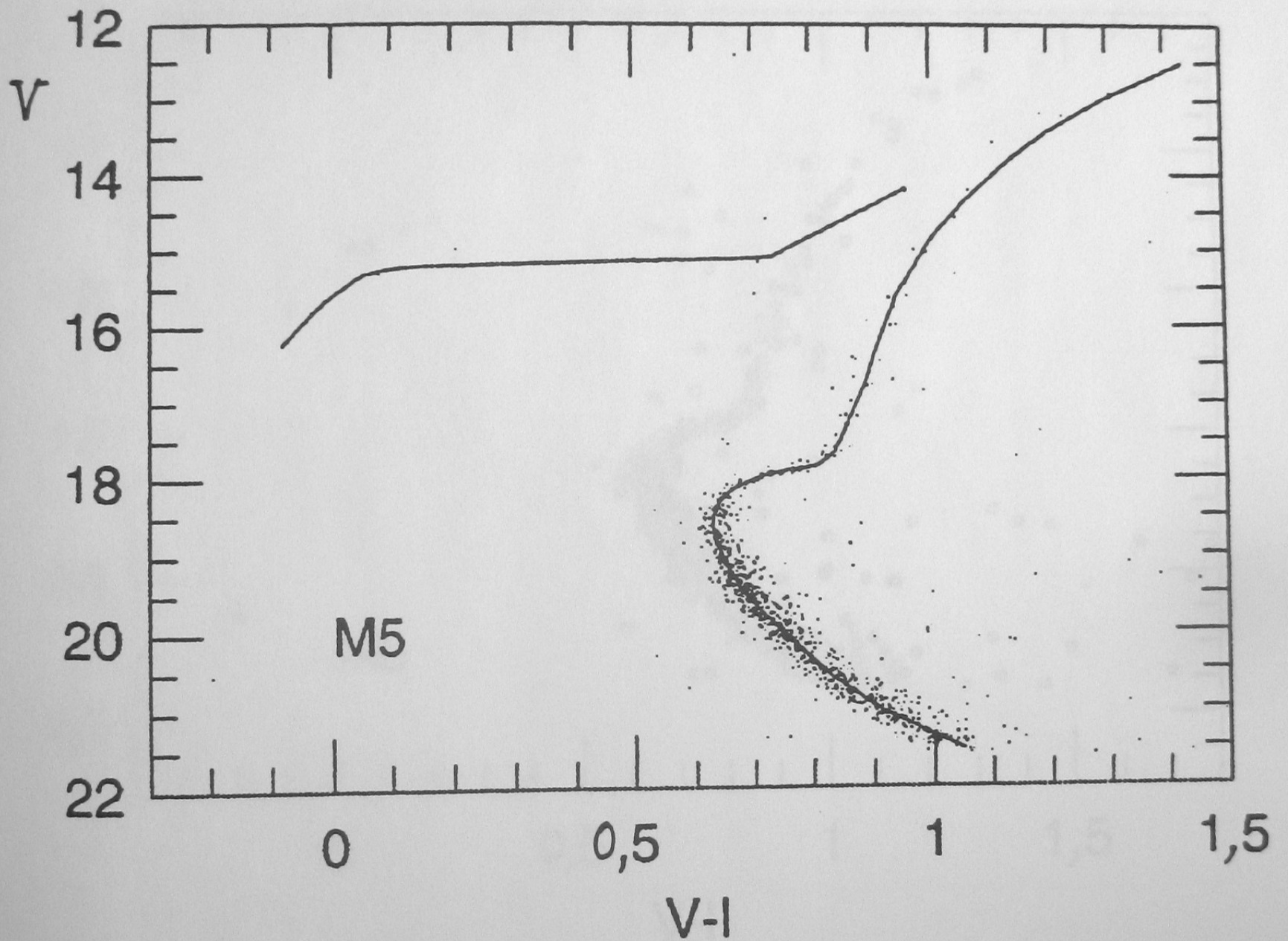


Figure B1. Tracé moyen du diagramme HR de l'amas M5.

A compléter, détacher et insérer dans votre copie

Nom, Prénom :

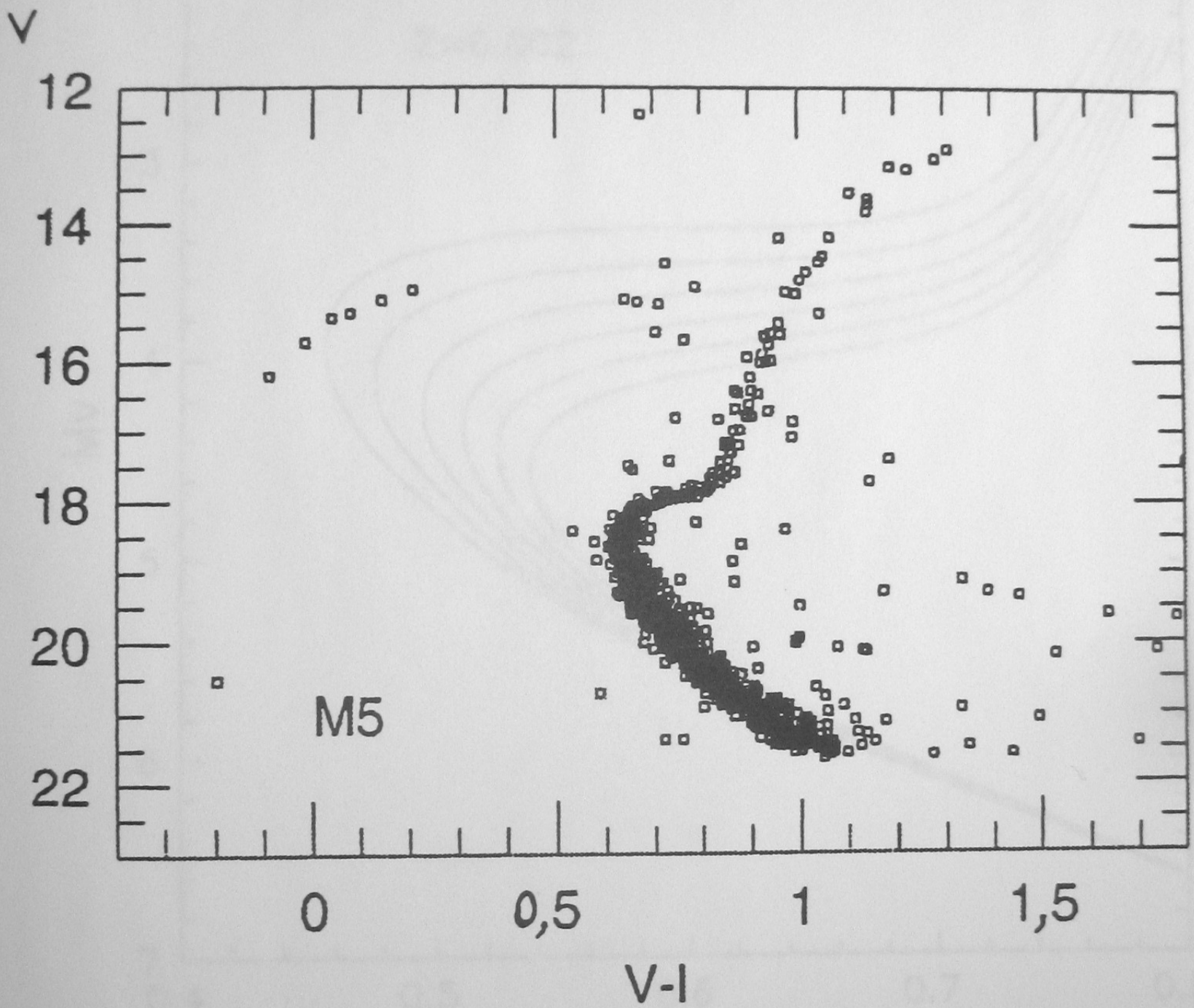


Figure A1. Diagramme HR observé de l'amas M5.

A compléter, détacher et insérer dans votre copie

Nom, Prénom :

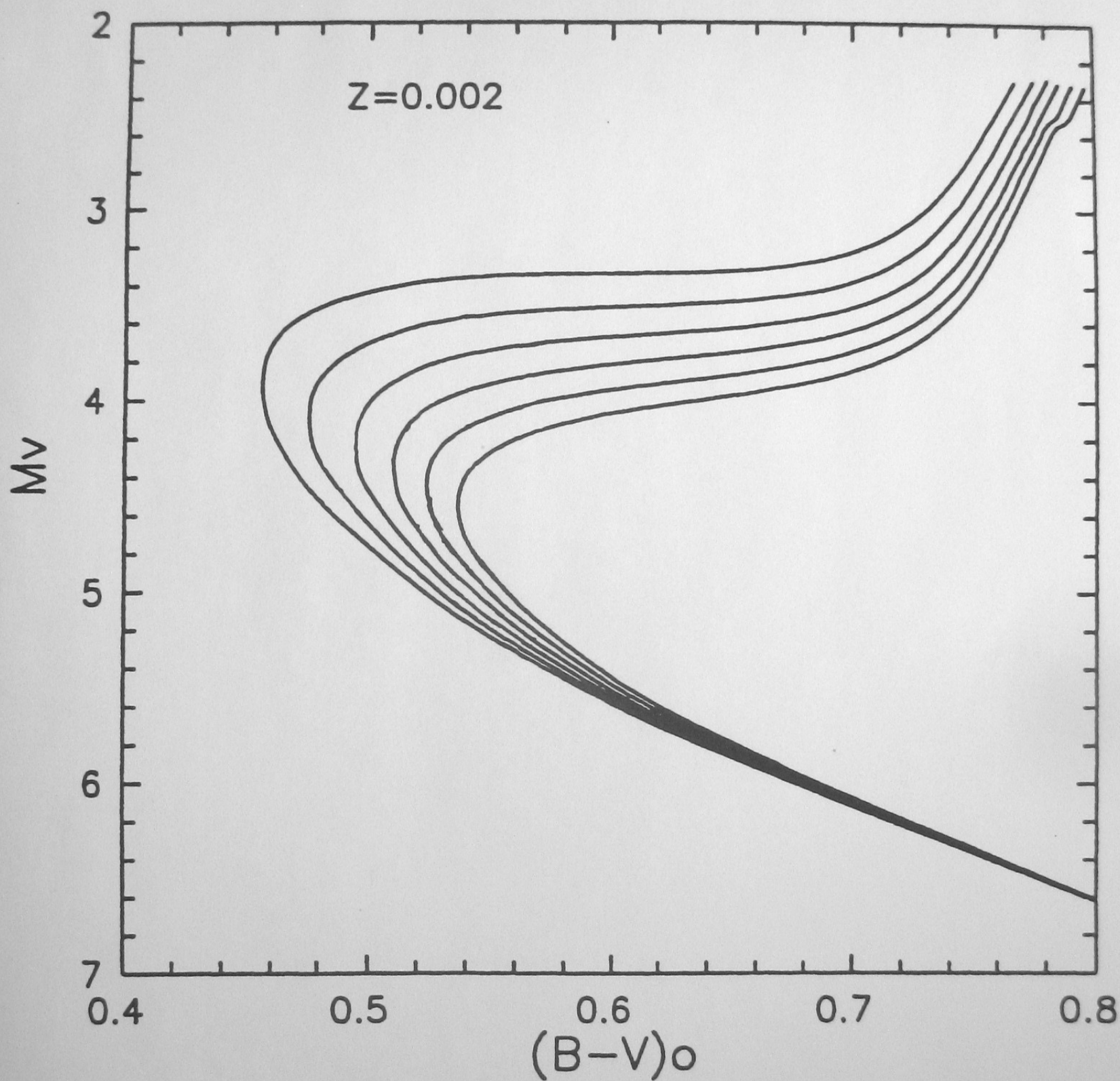


Figure C1. Tracé théorique de lignes isochrones.

Enseignement
du Diplôme d'Université de

"Astrophysique

*Approfondissement : À propos
de l'âge de l'univers"*

Université Paris-Sud XI



Ces documents sont strictement réservés à l'usage privé de leurs destinataires et ne sont pas destinés à une utilisation collective.

Les personnes qui s'en serviraient à d'autres usages, qui en feraient une reproduction intégrale ou partielle, une traduction, sans le consentement du Centre National d'Enseignement à Distance, s'exposeraient aux poursuites judiciaires et aux sanctions pénales prévues par la loi n° 92-597 du 1^{er} juillet 1992.

Imprimé au CNED - Institut de Vanves
Couverture : Cliché E.S.O.
(European Southern Observatory)