

ASTROPHYSIQUE : APPROFONDISSEMENT À PROPOS DE L'ÂGE DE L'UNIVERS

TRAVAUX DIRIGÉS



Lucette Bottinelli
Michèle Gerbaldi
Lucienne Gouguenheim



UNIVERSITÉ DE
PARIS-SUD XI



Centre National d'Enseignement à Distance - Institut de Vanves

L 9807 T 03
333

ASTROPHYSIQUE : APPROFONDISSEMENT

TD 8VIB - DISTANCE RELATIVE DE GALAXIES

17

23

* * * *

TD 8VIB-1 - DISTANCE DE GALAXIES A PARTIR DE DOUBLES LISA

27

TD 8VIB-2 - DISTANCE DE GALAXIES A PARTIR DES CEPHEIDES

31

A PROPOS DE L'AGE DE L'UNIVERS

35

TD 8VIB-3 - DISTANCE ET L'AGE DE L'UNIVERS (debut)

41

TD 8VIB-4 - DISTANCE ET L'AGE D'AMAS OUVERTS A PARTIR D'ISOCRONES

45

TD 8VIB-5 - DISTANCE DE L'ETOILE VARIABLE CEPHEIDE RS PUPPIS

49

TRAVAUX DIRIGES

L. BOTTINELLI

Université Paris-Sud-XI

Observatoire de Meudon

M. GERBALDI

Université Paris-Sud-XI

Institut d'Astrophysique de Paris

L. GOUGUENHEIM

Université Paris-Sud-XI

Observatoire de Meudon

TABLE DES MATIERES

TD AI-1 : ETUDE DU SPECTRE DU SOLEIL	5
TD AI-2 : POSITION DU CENTRE DE NOTRE GALAXIE A PARTIR DES AMAS GLOBULAIRES	9
TD A1-3 : DISTANCE DE L'AMAS GLOBULAIRE M13	17
TD AII-1 : DECALAGE SPECTRAL RELATIF DE RADIOGALAXIES	23
TD AII-2 : GROUPEMENTS DE GALAXIES - BASE DE DONNEES LEDA	27
TD AIII-1 : DISTANCE DE IC 4182 A PARTIR DES CEPHEIDES	31
TD AIV-1 : ETUDE D'ARTICLES DE PRESSE	35
TD AIV-2 : RELATION ENTRE H_0 ET L'AGE DE L'UNIVERS (facultatif)	41
TD BVII-1 : DISTANCE ET AGE D'AMAS OUVERTS A PARTIR D'ISOCHRONES	45
TD BVIII-1 : DISTANCE DE L'ETOILE VARIABLE CEPHEIDE RS PUPPIS	49

La numérotation de chaque travail dirigé fait apparaître la partie du cours (A ou B) et, à l'intérieur de cette partie, le numéro du chapitre (noté en chiffres romains), auxquels il se réfère. A l'intérieur d'un même chapitre, les TD sont numérotés en séquence, en chiffres arabes.

TD AI-1 ETUDE DU SPECTRE DU SOLEIL

But - L'activité proposée montre que l'analyse de la lumière provenant du Soleil permet de détecter certains éléments chimiques présents dans celui-ci. Elle propose :

- de déterminer les longueurs d'onde de certaines raies d'absorption présentes dans le spectre solaire.
- de retrouver les éléments chimiques responsables de ces absorptions et donc présents dans le Soleil.

Données d'observation - On dispose :

- d'une photographie du spectre solaire (Planche I dans le fascicule "Documents de Travail"; cliché A.T. 60, Daniel BARDIN, objectif $F=180$ mm à $F/D=2,8$, film 2415 Kodak).
- d'un diagramme des principales raies de l'argon (Planche II dans le fascicule).
- d'une feuille de manipulation (Document III ci-après), qui permet de déterminer la longueur d'onde des raies d'absorption numérotées de 1 à 18. En utilisant le tableau ci-dessous, il s'agit d'identifier les atomes ou les ions responsables des absorptions.

Longueurs d'onde des raies caractéristiques de certains éléments (en nm)

- H I (série de Balmer) : 656,3 ($H\alpha$); 486,1 ($H\beta$); 434,0 ($H\gamma$); 410,2 ($H\delta$); 397,0 ($H\epsilon$)
- Na I : 589,0; 589,6
- Mg I : 470,3; 516,7; 517,3; 518,4
- Ca I : 422,7; 458,2; 526,2; 527,0; 616,2; 616,9; 650,0
- Ca II : 393,4; 396,8
- Cr I : 435,2; 461,3; 464,6
- Ti I : 466,8; 469,1; 498,2
- Fe I : 404,6; 423,4; 425,1; 426,0; 427,2; 438,3; 452,9; 459,3; 489,1; 491,9; 495,7; 501,2; 508,0; 527,0; 532,8; 537,1; 539,7; 543,0; 543,4; 544,7; 545,6; 561,6
- O₂ oxygène de l'atmosphère terrestre à 686,7
- Mn I : 403,6; 403,1
- Ni I : 508,0; 508,5

Remarque : CaI veut dire Calcium neutre ; CaII veut dire Ca⁺ (Calcium ionisé une fois).

DOCUMENT III

1- Description du document photographique

Les deux bandes claires centrales représentent le spectre du Soleil sur lequel on observe les raies d'absorption en noir. Il a dû être découpé pour permettre une meilleure lecture, une région est commune allant d'environ 512 à 550 nm.

De chaque côté, le spectre de l'argon est représenté ; les raies brillantes apparaissent sur fond noir : elles servent de référence de longueur d'onde.

2- But du travail

Déterminer quelques éléments chimiques présents dans la photosphère solaire, caractérisés par leurs raies d'absorption.

3- Mesures et calculs à effectuer

- Déterminer l'échelle X du document. Mesurer la distance qui sépare deux raies de l'argon pour chaque demi spectre (prendre des raies bien précises aux deux extrémités des spectres pour plus de précision). S'assurer de la linéarité de l'échelle.

- Déduire les longueurs d'onde des raies notées de 1 à 18 (la raie n° 12 a 3 composantes, on dit que c'est un triplet ; la raie n° 16 en a deux, on dit que c'est un doublet). Pour cela :

- Mesurer la distance l_1 (en mm) entre la raie d'absorption n° 1 et la raie du spectre de référence à 394,8 nm .

- Calculer en nanomètres la variation de longueur d'onde L_1 qui sépare ces deux raies :

$$L_1 \text{ (nm)} = l_1 \text{ (mm)} \times X \text{ (nm. mm}^{-1}\text{)}$$

- La longueur d'onde λ_1 de la raie n° 1 est donnée par : $\lambda_1 = 394,8 + L_1$

- Faire de même pour chaque raie de 1 à 12

- Mesurer la distance l_{13} (en mm) entre la raie d'absorption n° 13 et la raie du spectre de référence à 518,7 nm

- Calculer en nanomètres la variation de longueur d'onde L_{13} qui sépare ces deux raies :

$$L_{13} \text{ (nm)} = l_{13} \text{ (mm)} \times X \text{ (nm. mm}^{-1}\text{)}$$

- La longueur d'onde λ_{13} de la raie n° 13 est donnée par : $\lambda_{13} = 518,7 + L_{13}$

- Faire de même pour chaque raie de 13 à 18

N.B. Les documents de travail TA I et TA II (p. 3 et 4) sont reproduits à partir de la publication suivante :

CLEA, Les Cahiers Clairaut Hors série n° 7 (1994), "Etude du spectre du Soleil".

TABLEAU DES MESURES

n° raie	l(mm)	L(nm)	λ(nm)	n° raie	l(mm)	L(nm)	λ(nm)
1	1,4	2,23	393,4 X	13a		589,0 526,2	} CaI + Fe
2				13b		589,6 527	
3				14		527,0 532,8	? FeI
4				15		577,1	- FeI
5				16a		589,0	} NaI.
6				16b		589,6	
7				17	Hα	656,3	Hα
8				18		686,7	O ₂ Atmosph
9							
10							
11							
12a			517,7 X				} MgI
12b			517,3				
12c			518,4				

Joseph Fraunhofer avait décrit, au début du XIXème siècle, 574 raies sombres dans le spectre du Soleil. Il désigna les principales à l'aide de lettres : A : 759,4 nm ; B : 686,7 nm ; C : 656,3 nm ; D1 et D2 : 589,6 et 589,0 nm ; E : 527,0 nm ; b₄, b₂ et b₁ : 516,7 ; 517,3 et 518,4 nm ; F : 486,1 nm ; d : 438,3 nm ; G' : 434,0 nm ; G : 430,8 nm ; g : 422,7 nm ; h : 410,2 nm ; H : 396,8 nm ; K : 393,4 nm.

Toutes ces raies se trouvent-elles sur le document de la planche I ?

CORRIGE DU TD AI-1

n°	l(mm)	L(nm)	λ (nm)	élément	n°	l(mm)	L(nm)	λ (nm)	élément
1	-2,0	-1,3	393,5	CaII (K)					
2	3,2	2,0	396,8	CaII (H)	13a	12,8	8,0	526,7	CaI (E)
3	25,0	15,7	410,5	H δ (h)	13b	13,8	8,7	527,0	CaI
4	44,2	27,7	422,5	CaI (g)	14	23	14,4	533,1	FeI
5	62,5	39,2	434,0	H γ (G')	15	29,8	18,7	537,4	FeI
6	69,5	43,6	438,4	FeI (d)	16a	112	70,3	589,0	NaI (D ₂)
7	115	72,2	467,0	TiI	16b	113	70,9	589,6	NaI (D ₁)
8	145	91	485,8	H β (F)	17	218,2	136,9	655,6	H α (C)
9	154,2	96,8	491,6	FeI	18	266,5	167,2	686,0	O ₂ (B)
10	160,5	100,7	495,5	FeI					
11	164,5	103,2	498,0	TiI					
12a	194,0	121,8	516,6	MgI (b ₄)					
12b	194,8	122,3	517,1	MgI (b ₂)					
12c	196,5	123,3	518,1	MgI (b ₁)					

On peut remarquer que les raies du Calcium neutre (CaI) sont beaucoup plus faibles que celles du Calcium une fois ionisé (CaII). On en déduit qu'il y a davantage de Calcium ionisé que de Calcium neutre : la température est assez élevée pour que l'essentiel du Calcium soit ionisé. Cependant, la température n'est pas suffisamment élevée pour que le Calcium soit essentiellement deux fois ionisé.

Les principales raies de Fraunhofer se retrouvent presque toutes (elles sont indiquées par une lettre entre parenthèses dans la 4ème colonne du tableau). Il manque la raie A (en dehors du domaine spectral) et la raie G, à 430,8 nm. Si l'on se reporte au spectre, on voit que cette raie doit se trouver à 36 nm de la raie de référence du demi spectre supérieur, soit à 57,4 nm. Cette raie est bien présente sur le spectre. On n'a pas cherché à l'identifier, parce qu'elle résulte de la coïncidence de raies du Fer et du radical CH.

TD AI-2

POSITION DU CENTRE DE NOTRE GALAXIE A PARTIR DES AMAS GLOBULAIRES

But - Déduire de la répartition dans l'espace des amas globulaires autour de notre Galaxie, la position du centre de cette distribution (direction et distance au Soleil du centre de notre Galaxie).

Données d'observation - On dispose du diagramme "magnitude-couleur" (V, B-V) de 19 amas globulaires (planche III du fascicule "Documents de Travail", notée ci-après Fig.1). Les coordonnées de ces amas (coordonnées galactiques, l et b selon la Fig. 2) permettent de repérer leur direction et on connaît l'extinction totale en magnitude dans chacune de ces directions (Tableau 1).

Méthode - Il s'agit de la méthode développée en 1914 par Harlow Shapley pour déterminer la distance des amas globulaires en utilisant les étoiles variables RR Lyrae comme indicateur de distance, sachant que leur magnitude absolue moyenne est une constante. A partir de sa distance et de sa direction on peut localiser chaque amas dans l'espace et déterminer le centre de symétrie du système des amas globulaires, ce qui fournit la position du centre de notre Galaxie. Les résultats seront donnés dans le Tableau 1.

I - Magnitude apparente moyenne des RR Lyrae et distance des amas globulaires

Le diagramme "magnitude-couleur" des amas globulaires comporte une branche dite "branche horizontale", avec une zone vide (le "trou" de Hertzsprung-Russell) entre $(B-V) = 0,2$ et $0,4$ environ où sont localisées en moyenne les étoiles variables RR Lyrae (Fig. 3). La figure 1, donne les diagrammes "magnitude-couleur" de 19 amas globulaires situés à différentes distances. On peut en général y reconnaître la série principale, la branche horizontale et le "trou".

1- Préciser dans quels amas (Fig. 1) ces séquences sont plus difficilement discernables. Discuter les raisons de ces difficultés.

cad vers temp élevée: soit vers la gauche

2- Mesurer pour chaque amas (à 0,1 magnitude près) la magnitude apparente visuelle observée m_v correspondant au bord (vers le bleu) du "trou" de la branche horizontale. Compte tenu de la correction d'extinction interstellaire, en déduire la magnitude apparente moyenne corrigée m_0 des RR Lyrae, dans chaque amas.

3- En adoptant pour les RR Lyrae une magnitude absolue moyenne égale a +0,6, déduire la distance D (en parsecs) de chaque amas. Quelle est la précision sur D si l'erreur sur m_0 est de 0,1 magnitude ?

II - Coordonnées galactiques des amas

Déduire des coordonnées galactiques (l, b) et de la distance D (Fig. 2) les coordonnées rectangulaires X, Y, Z (en parsecs) de chaque amas.

III - Répartition des amas et centre de symétrie

1- Analyser la répartition des amas dans le plan (SX, SZ) c'est-à-dire en réalisant une coupe de notre Galaxie vue par la tranche, passant par le Soleil S suivant SX , en portant sur un graphique (SZ, SX) les positions des 19 amas (échelle : 0,5 cm pour 1000 pc).

2- Déterminer le centre de symétrie de la distribution précédente en évaluant les valeurs moyennes de X et Z . Discuter le résultat obtenu pour la position du centre de notre Galaxie par comparaison avec les résultats publiés par ailleurs.

3- On donne dans le Tableau 2 les coordonnées rectangulaires X et Z (en parsecs) de 12 amas globulaires de faible latitude galactique. Discuter la localisation de ces amas sur le graphique précédent (question III-1) par rapport aux amas globulaires situés hors du disque galactique.

$$m_0 - \bar{M}_0 = 5 \log d - 5 - 11 -$$

$$\bar{M}_0 = 9,6$$

Tableau 1- Paramètres des amas globulaires

$\bar{M}_0 = 9,6$

Nom	Extinction (mag.)	l (°)	b (°)	m_v	m_0	D (pc)	X (pc)	Y (pc)	Z (pc)
47 Tucanae	0,13	305,9	-44,9	14	13,87	1508			
NGC 288	0,10	149,7	-89,4	15,2	15,1				
NGC 2298	0,36	245,6	-16,0	16,2	15,84				
M 68	0,10	299,6	+36,0	15,5	15,4				
NGC 5466	0,17	42,1	+73,6	16,7	16,53				
IC 4499	0,79	307,4	-20,5	17,7	16,9				
NGC 5824	0,46	332,6	+22,1	18	17,54				
Palomar 5	0,10	0,9	+45,9	17,3	17,2				
NGC 5897	0,20	342,9	+30,3	16,4	16,2				
M 80	0,69	352,7	+19,5	15,9	15,2				
M 13	0,07	59,0	+40,9	15	14,93				
NGC 6356	0,90	6,7	+10,2	17,7	16,8				
M 54	0,46	5,6	-14,1	17,8	17,74				
NGC 6723	0,3	0,1	-17,3	15,5	15,2				
M 75	0,56	20,3	-25,8	17,4	16,84				
M 72	0,10	35,2	-32,7	17	16,9				
NGC 7006	0,43	63,8	-19,4	17,7	18,24				
M 15	0,38	65,0	-27,3	15,8	15,4				
M 30	0,03	27,2	-46,8	15,3	15,2				

Tableau 2 - Amas globulaires de faible latitude galactique

Nom	X (pc)	Z (pc)	Nom	X (pc)	Z (pc)
NGC 5286	5705	1595	NGC 6517	6902	890
NGC 6139	8528	1104	NGC 6541	6595	-1288
M 10	3896	1687	NGC 6509	7607	-890
M 62	5796	798	NGC 6642	5215	-613
NGC 6304	5215	491	NGC 6760	3098	-301
NGC 6401	6288	399	M 71	2209	-301

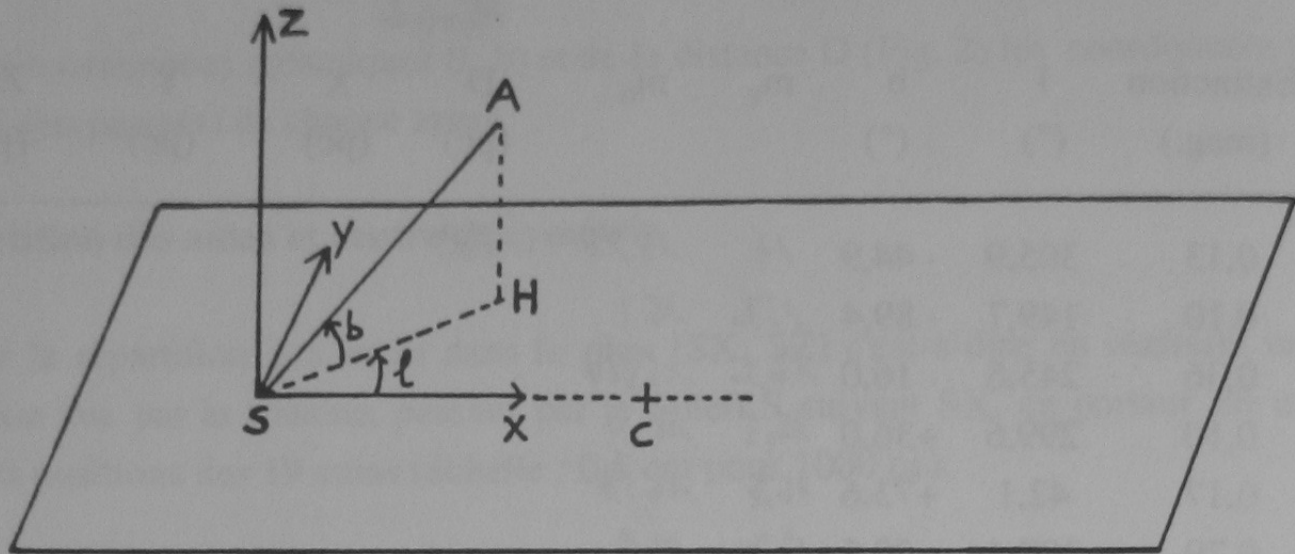


Figure 2 : La relation entre les coordonnées galactiques (latitude b et longitude l) et les coordonnées rectangulaires X , Y , Z . S indique la position du Soleil ; SZ est perpendiculaire au plan du disque galactique et SX est dirigé vers le centre galactique C . L'amas A a une projection H sur le plan galactique ; SA représente la distance D de l'amas ; les angles (SX, SH) et (SH, SA) sont respectivement la longitude l et la latitude b de l'amas.

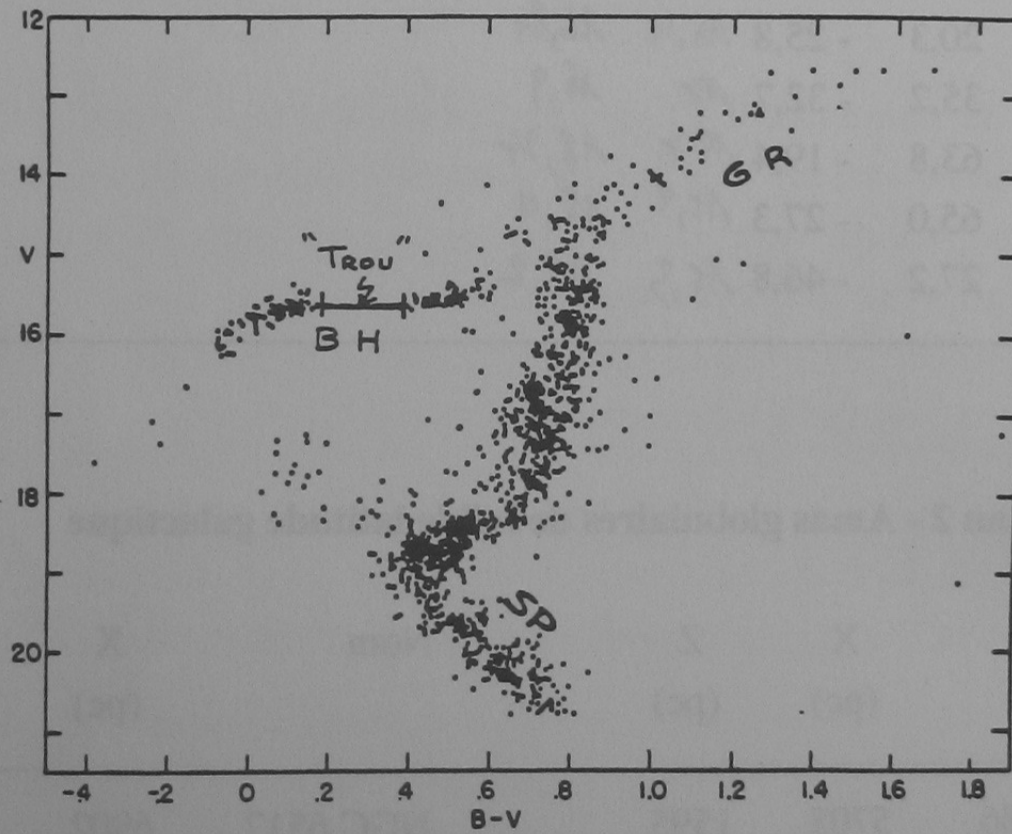


Figure 3 : Exemple de diagramme "magnitude-couleur" pour l'amas globulaire M3 montrant les zones caractéristiques suivantes : série principale (SP), branche des géantes rouges (GR), branche horizontale (BH) et "trou" de Hertzsprung-Russell (zone vide repérée par un trait) où sont localisées les étoiles variables RR Lyrae.

CORRIGE DU TD AI-2

I- Magnitude apparente moyenne des RR Lyrae et distance des amas globulaires

1- Séquences plus difficiles à cerner : la série principale n'est pratiquement pas visible dans les cas suivants : NGC 7006 NGC 5824, M 54, NGC 288, NGC 6723, NGC 2298, IC 4499, NGC 5897, NGC 6356, M 75 ; cela correspond à une limitation vers les grandes magnitudes (ou éclats faibles) qui traduit la sensibilité des observations. Le "trou" et la branche horizontale sont peu clairs dans les cas suivants : M 54, NGC 6356, M 75 dans une zone comprise au voisinage de $m_v = 18$, ce qui est proche de la limite observationnelle d'où des erreurs plus importantes et une coupure qui se traduit par un manque d'observations en-dessous de cette limite.

2- On lit m_v sur l'axe des magnitudes, pour chaque diagramme, en regard du bord du "trou" (du côté des plus petites valeurs de B-V). Les valeurs sont indiquées dans le Tableau 1. Puis on applique la correction d'absorption Δm donnée dans le Tableau 1 (dans la 2ème colonne: "extinction") pour trouver la magnitude corrigée par la relation : $m_0 = m_v - \Delta m$ (résultats donnés dans la colonne 6 du Tableau 1 ci-après).

3- En adoptant $M_v = 0,6$, on déduit la distance D (en pc) par la relation : $m_0 - 0,6 = 5 \log D - 5$ (résultats donnés en colonne 7 du Tableau 1 ci-après). Si l'erreur sur m_0 est $\delta m = 0,1$, l'erreur sur le module de distance ($m_0 - M_v$) est aussi égale à 0,1 ; d'où : $\delta(5 \log D) = 0,1$; et comme $\delta(\log D) = 0,43 \delta D/D$ (car $\log D = 0,43 \text{ Log } D$), on en déduit $\delta D/D = 0,1/(0,43 \times 5) = 0,046$ soit 5%. Pour une distance $D=10\ 000$ pc, cela correspond à une erreur de ± 500 pc.

II- Coordonnées galactiques des amas

On utilise les relations : $X = D \cos l \cos b$; $Y = D \sin l \cos b$; $Z = D \sin b$, pour calculer les coordonnées de chaque amas dans le système d'axes défini, à partir des paramètres D, l et b (résultats donnés dans les colonnes 8, 9 et 10 du Tableau 1 ci-après).

III- Répartition des amas et centre de symétrie

1- Le graphique ci-après (figure 4) avec le Soleil S comme origine et les axes SX (dirigé vers le centre galactique) et SZ (perpendiculaire au plan galactique) montre que les 20 amas sont répartis de manière à peu près isotrope (par rapport à SX) dans un nuage centré en un point nettement distinct de S et situé entre S et la direction du centre galactique.

2- La moyenne des valeurs de X obtenues (colonne 8 du Tableau 1 ci-après) est :

$\langle X \rangle = 8775 \text{ pc} = 28606 \text{ a-l}$ et $\langle Z \rangle = -367 \text{ pc}$ ce qui n'est pas significativement différent de zéro, compte tenu des erreurs sur D (de l'ordre de ± 500 pc, au moins d'après la question I-3). Le centre de symétrie du système des amas globulaire définit ainsi la position du centre de notre Galaxie, dans le plan galactique ($Z = 0$) et à une distance du Soleil de 28600 années de lumière.

Ce résultat est en bon accord avec les valeurs modernes qui placent le Soleil à 8,5 kpc du centre de

notre Galaxie.

3- Les 12 amas sont représentés par des points noirs sur la figure 4 ; ils sont tous situés à des distances relativement faibles, entre le Soleil et le centre galactique ; aucun n'est observé au-delà du renflement équatorial occupant la région centrale de notre galaxie. Il s'agit là d'un effet de sélection observationnel: l'extinction particulièrement importante au voisinage du disque galactique (concentration des poussières dans ce disque) rend inobservables les amas plus lointains (éclat apparent trop faible). Les amas du Tableau 1 sont, eux dans des directions faisant un angle d'au moins 14° avec le plan du disque galactique et subissant une extinction beaucoup plus faible restent observables à de grandes distances.

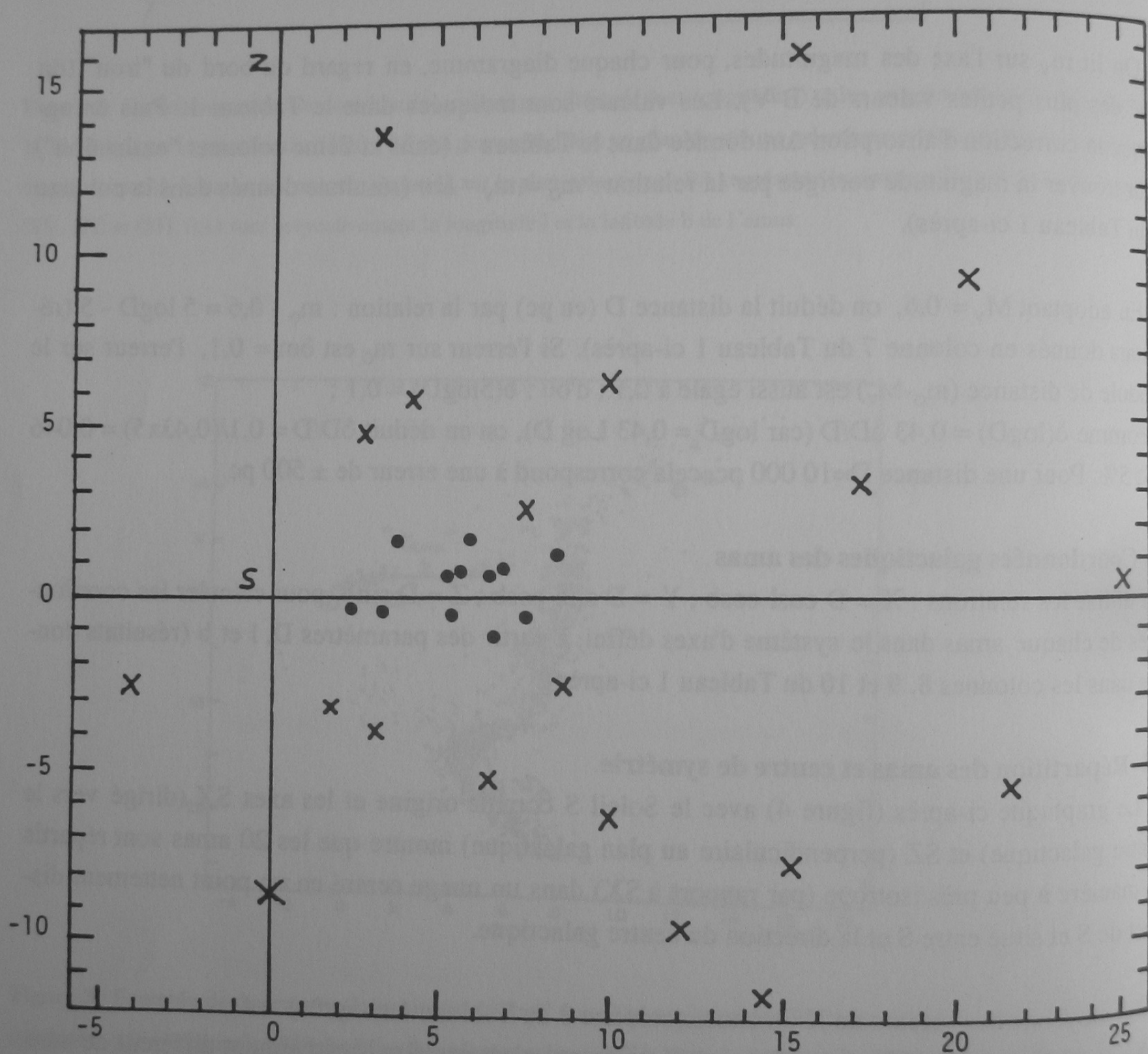


Figure 4 : Distribution des amas globulaires dans le plan (SX,SZ), perpendiculaire au plan galactique et passant par le Soleil S et la direction SX du centre galactique. Les croix correspondent aux 20 amas de toutes latitudes galactiques en dehors du plan galactique (Tableau 1) et les points noirs aux 12 amas de faible latitude galactique (Tableau 2). Les axes sont gradués en 10^3 pc.

Tableau 1- Paramètres des amas globulaires

Nom	Extinction (mag.)	l (°)	b (°)	m_v	m_o	D (pc)	X (pc)	Y (pc)	Z (pc)
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
47 Tucanae	0,13	305,9	- 44,9	14,0	13,9	4508	1872	-2586	-3182
NGC 288	0,10	149,7	- 89,4	15,4	15,3	8710	-79	46	-8710
NGC 2298	0,36	245,6	- 16,0	16,1	15,7	10666	- 4234	-9337	-2940
M 68	0,10	299,6	+36,0	15,7	15,6	10000	3996	-7034	5878
NGC 5466	0,17	42,1	+73,6	16,5	16,3	13996	2932	2649	13426
IC 4499	0,79	307,4	- 20,5	17,6	16,8	17458	9932	-12991	-6114
NGC 5824	0,46	332,6	+22,1	18,0	17,5	24434	20099	-10418	9193
Palomar 5	0,10	0,9	+45,9	17,4	17,3	21878	15223	239	15711
NGC 5897	0,20	342,9	+30,3	16,2	16,0	12023	9922	- 3052	6066
M 80	0,69	352,7	+19,5	15,8	15,1	7980	7461	-956	2664
M 13	0,07	59,0	+40,9	15,0	14,9	7345	2859	4759	4809
NGC 6356	0,90	6,7	+10,2	17,7	16,8	17378	16987	1995	3077
M 54	0,46	5,6	- 14,1	17,8	17,3	22284	21509	2109	-5429
NGC 6723	0,03	0,1	- 17,3	15,4	15,4	9419	8993	16	-2810
M 75	0,56	20,3	- 25,8	17,4	16,8	17701	14947	5529	-7704
M 72	0,10	35,2	- 32,7	16,9	16,8	17378	11950	8430	-9388
NGC 7006	0,43	63,8	- 19,4	18,7	18,3	34198	14241	28942	-11359
M 15	0,38	65,0	- 27,3	15,7	15,3	8790	3301	7079	-4032
M 30	0,03	27,2	- 46,8	15,3	15,3	8590	5230	2688	-6262

TD AI - 3 - DISTANCE DE L'AMAS GLOBULAIRE M13

I - OBJECTIF :

Montrer comment la distance d'un amas globulaire était déterminée en 1942. Des étoiles variables de l'amas étaient observées et on utilisait la relation Période-Luminosité de Shapley, établie en 1930. Les valeurs utilisées dans cet exercice sont celles des travaux originaux.

II - METHODE :

La Figure 1 représente les courbes de lumière de quatre étoiles variables observées dans cet amas. En abscisse figure la valeur de la période, et non la phase comme c'est maintenant l'usage. En ordonnée les magnitudes apparentes correspondent à des mesures d'éclat faites sur des plaques photographiques. Les plaques photographiques ont été prises sur un intervalle de temps d'environ cinq années.

La table ci-dessous donne la période correspondant à chaque étoile :

étoile numéro	période en jours
1	1,4590
2	5,1100
6	2,1128
8	0,7503

- 1 - Expliquer comment on peut obtenir autant de chiffres significatifs sur les valeurs des périodes.
- 2 - A partir de la Figure 1, mesurer pour chaque étoile variable, les valeurs du maximum et du minimum correspondants aux variations de la magnitude apparente. En déduire une valeur moyenne de la magnitude apparente de chaque étoile.
- 3 - A partir de la relation Période-Luminosité donnée Figure 2, déterminer la magnitude absolue de chaque étoile variable.
La relation Période-Luminosité a pour variable, en abscisse le logarithme décimal de la période exprimée en jour et en ordonnée la magnitude absolue.
- 4 - Calculer le module de distance de l'amas M13.

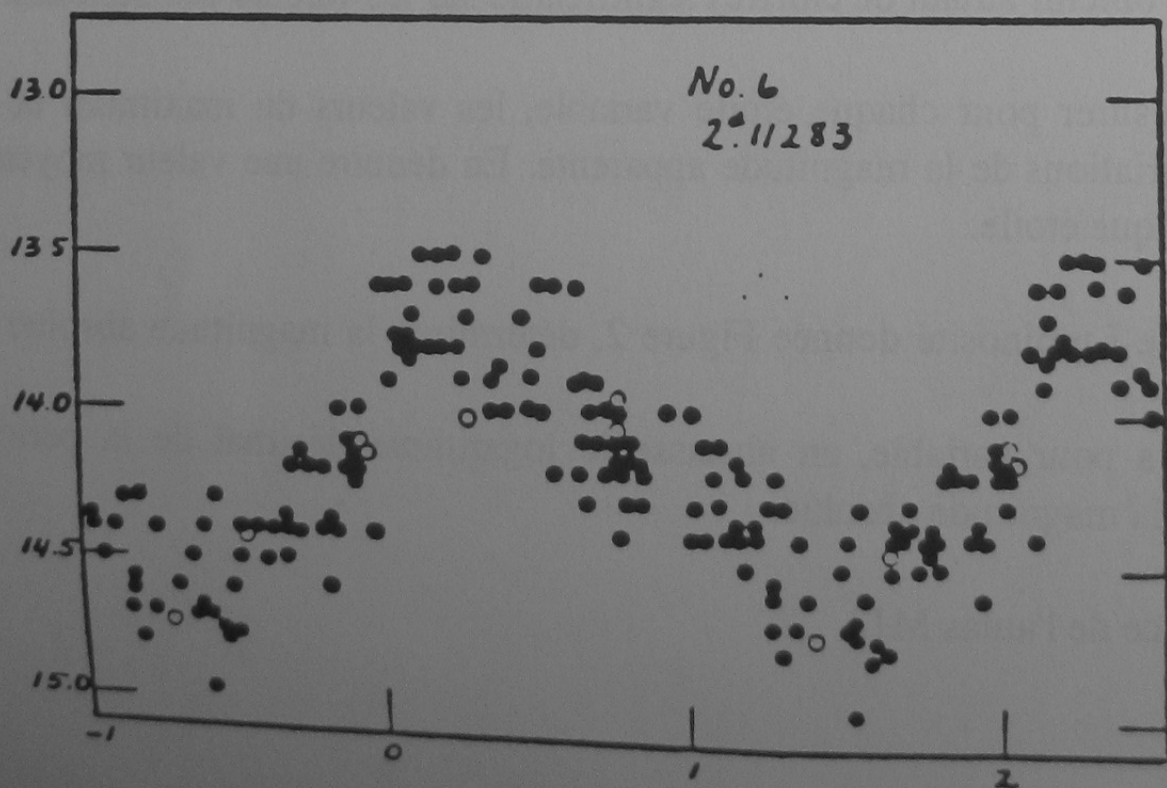
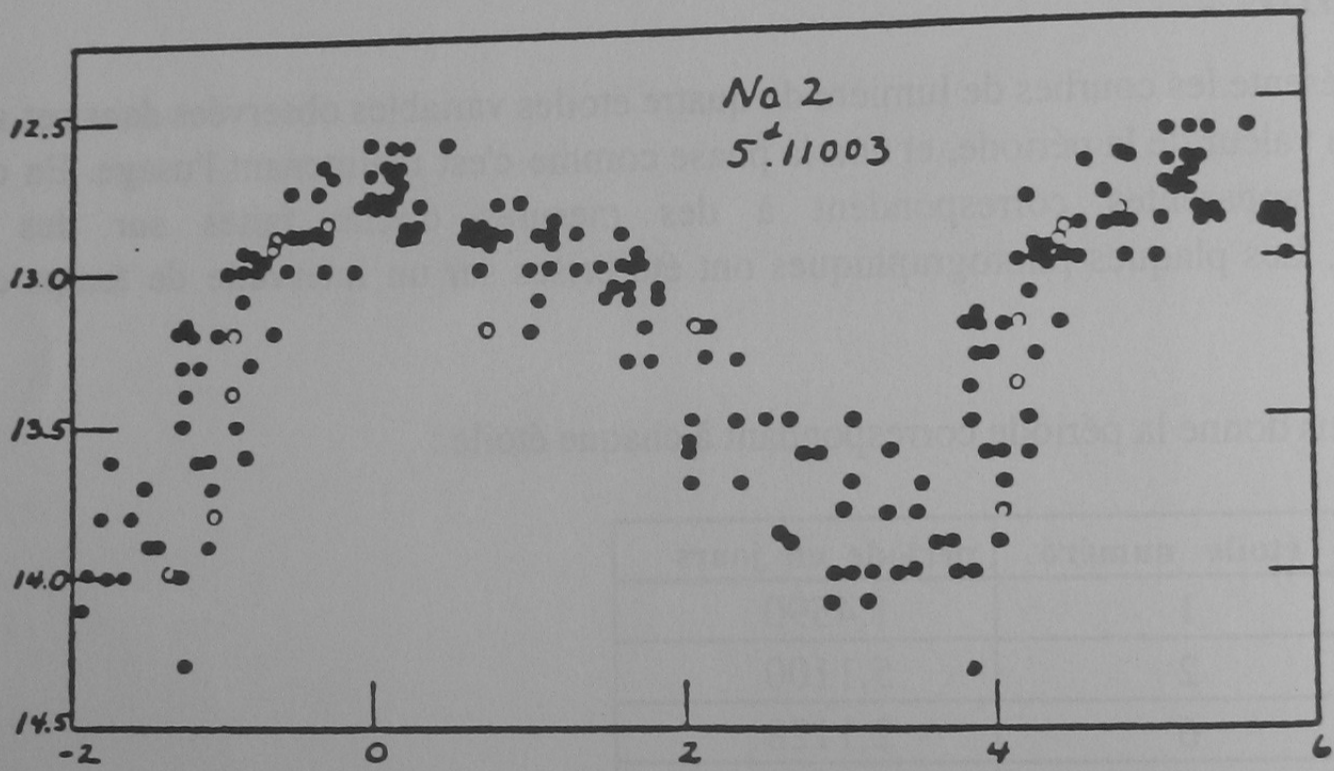
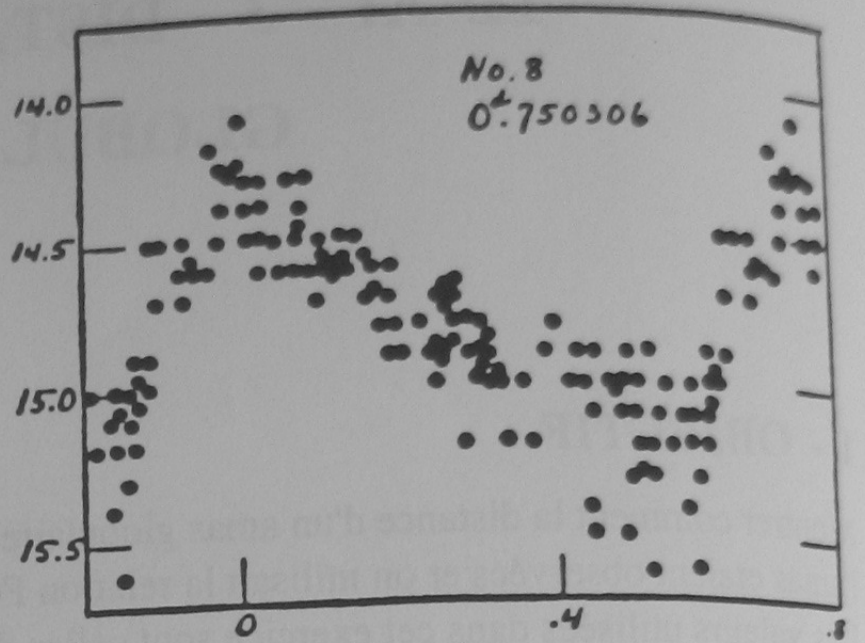
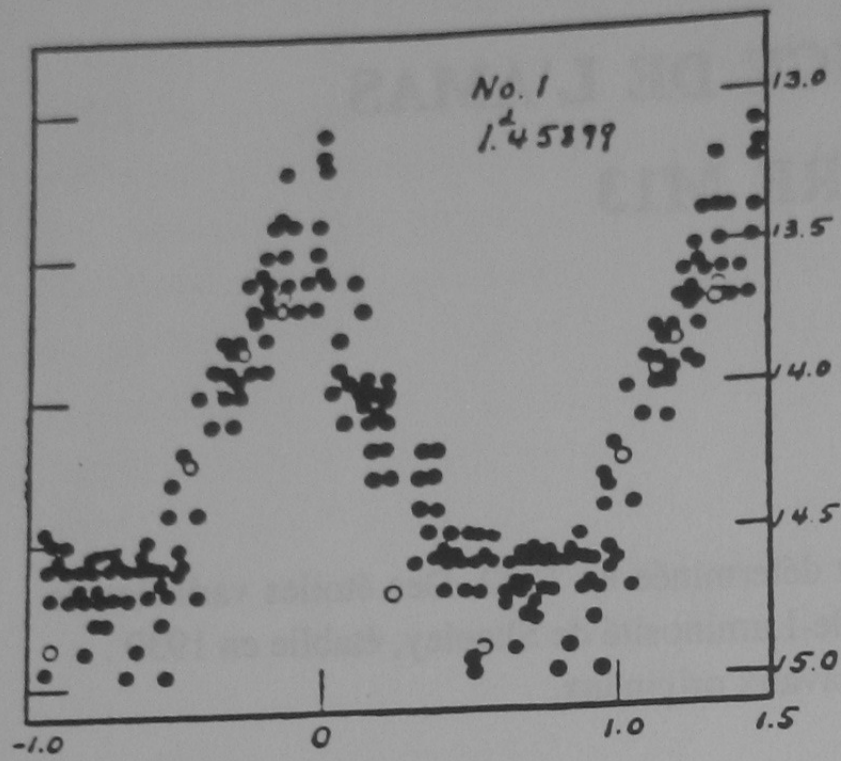


Figure 1 : Courbes de lumière.

M_V

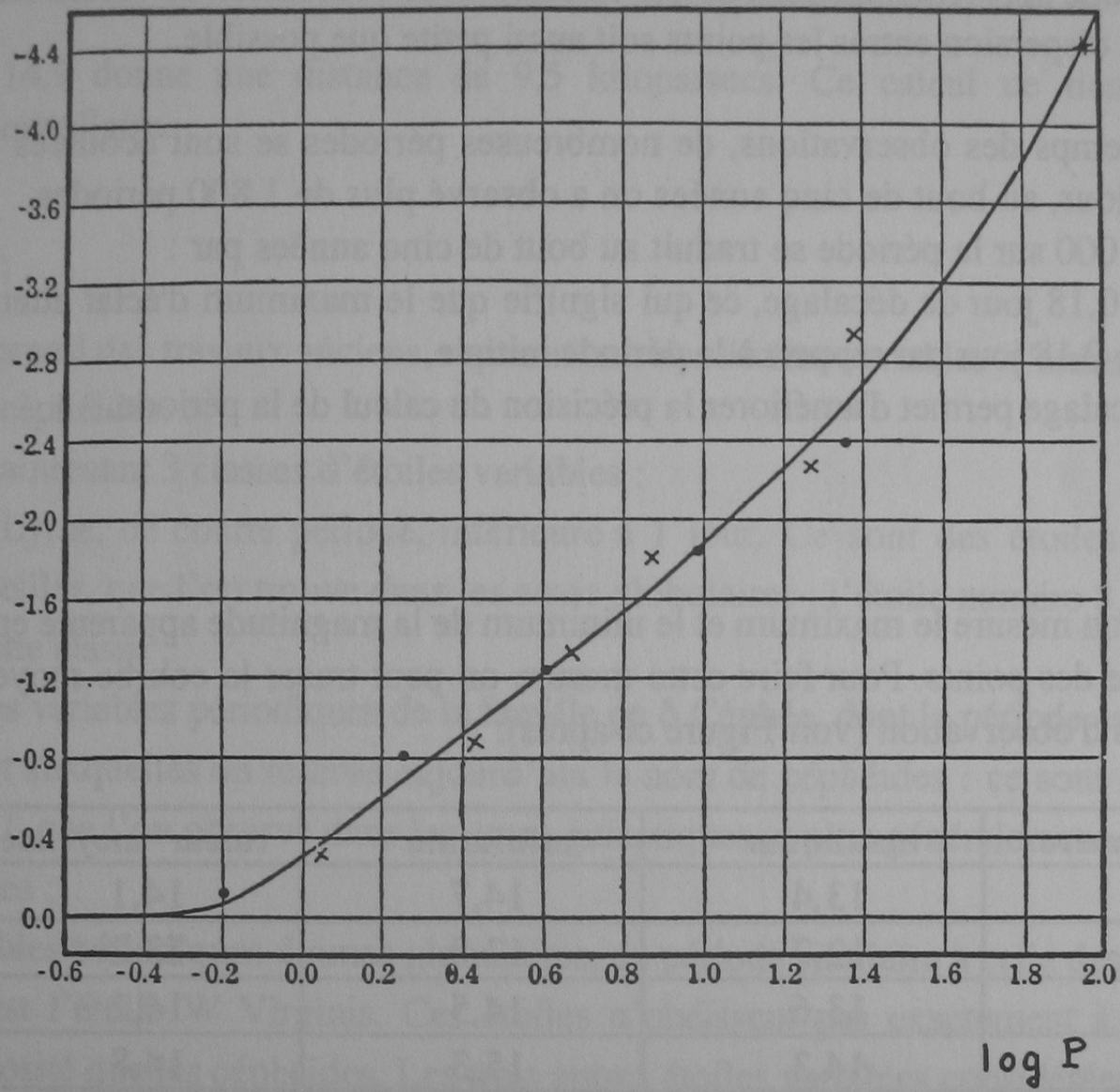


Figure 2 : Relation Période-Luminosité de Shapley. En abscisse le logarithme décimal de la période (en jours) $\log P$ et en ordonnée M_V .

CORRIGE DU TD AI - 3

Question 1 :

Les courbes de lumière de la Figure 1 représentent la superposition d'observations réparties sur un intervalle de temps de cinq années environ

Les observations sont combinées sur un même diagramme. En abscisse figure la période et en ordonnée la magnitude apparente. La période est calculée avec l'ensemble de toutes les observations de telle sorte que la dispersion entre les points soit aussi petite que possible.

Sur l'intervalle de temps des observations, de nombreuses périodes se sont écoulées ; si la période de l'étoile est de 1 jour, au bout de cinq années on a observé plus de 1 800 périodes.

Une erreur de 1/10 000 sur la période se traduit au bout de cinq années par :

$0,0001 \times 5 \times 365 = 0,18$ jour de décalage, ce qui signifie que le maximum d'éclat attendu sera perçu avec un décalage de 0,18 jour par rapport à la période initiale.

La mesure de ce décalage permet d'améliorer la précision du calcul de la période.

Question 2 :

Pour chaque étoile, on mesure le maximum et le minimum de la magnitude apparente en se plaçant au milieu de l'ensemble des points. Pour faire cette mesure on peut tracer la courbe moyenne qui passe au milieu des points d'observation (voir Figure ci-après).

étoile numéro	maximum	minimum	valeur moyenne
1	13,4	14,7	14,1
2	12,7	13,8	13,2
6	13,6	14,5	14,1
8	14,3	15,3	14,8

Question 3 :

Les valeurs de la magnitude absolue sont lues sur la courbe Figure 2 en fonction de la valeur du logarithme décimal de la période.

étoile numéro	log(P)	magnitude absolue M
1	0,164	- 0,5
2	0,708	- 1,4
6	0,325	- 0,8
8	- 0,125	- 0,1

Question 4 :

Le module de distance ($m - M$) est calculé pour chaque étoile variable où m est la valeur moyenne de la magnitude apparente calculée ci-dessus.

étoile numéro	module de distance
1	14,6
2	14,6
6	14,9
8	14,9

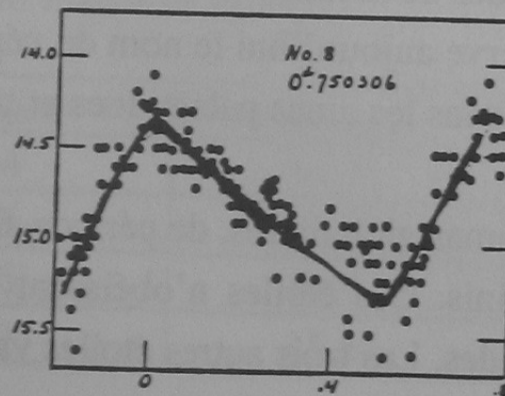
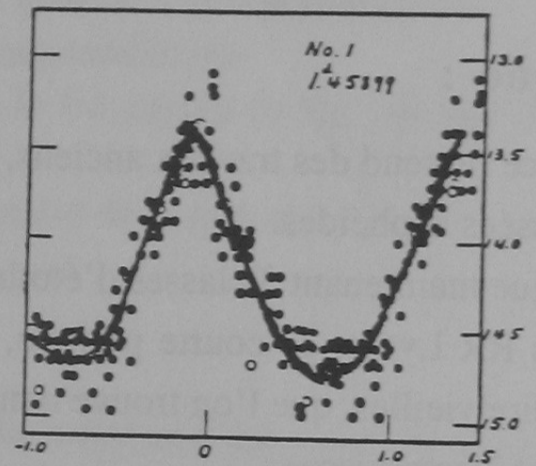
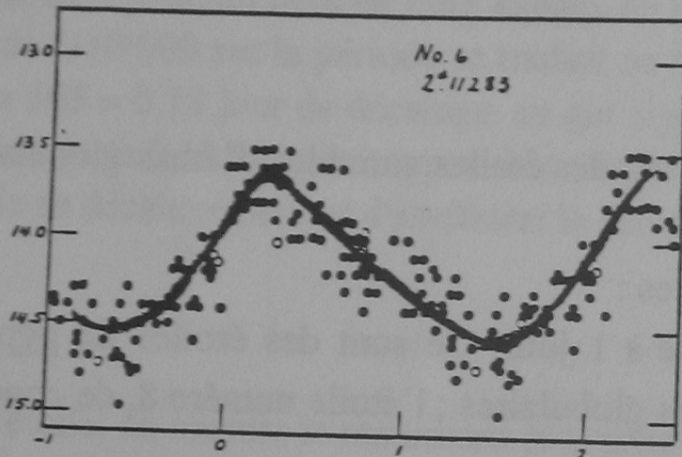
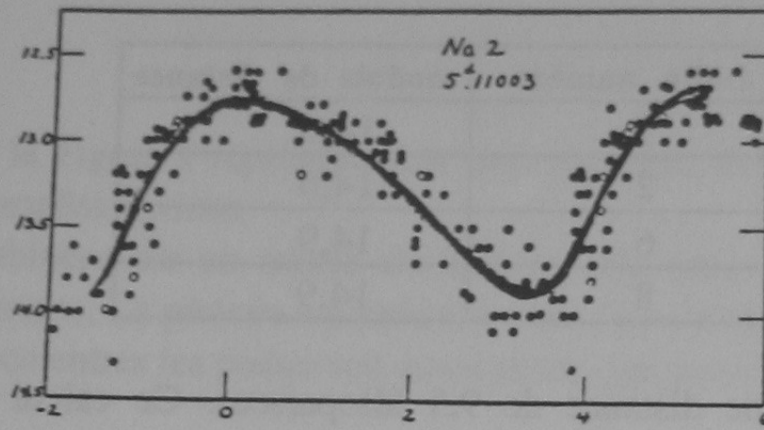
La valeur de 14,9 donne une distance de 9,5 kiloparsecs. Ce calcul ne tient pas compte de l'absorption interstellaire.

Remarque :

Cet exercice reprend des travaux anciens, reposant sur des étoiles variables d'amas globulaires, alors toutes classées céphéides.

On distingue maintenant 3 classes d'étoiles variables :

- celle des RR Lyrae, de courte période, inférieure à 1 jour. Ce sont des étoiles de population II, c'est-à-dire vieilles, que l'on trouve dans les amas globulaires ; l'étoile numéro 8, de courte période appartient à cette classe ;
- celle des étoiles variables périodiques de la famille de δ Céphée, dont la période est comprise entre 1 et 100 jours, et auxquelles on réserve aujourd'hui le nom de céphéides : ce sont des étoiles jeunes, de population I, que l'on observe dans les amas galactiques et plus généralement dans le disque des galaxies spirales ;
- celle des variables périodiques d'amas globulaires, de période similaire à celle des céphéides et dont le prototype est l'étoile W Virginis. Ces étoiles n'obéissent pas exactement à la même relation période-luminosité que les céphéides. Les trois autres étoiles variables considérées ici appartiennent à cette classe.



Courbes de lumière moyennes.

TD AII-1

DECALAGE SPECTRAL RELATIF DE RADIOGALAXIES

Le document VII du fascicule "Documents de Travail", noté ci-après figure 1, donne les enregistrements photométriques du spectre de 22 radiogalaxies obtenus à l'Observatoire Européen Austral (ESO) avec le télescope de 1,5 m équipé d'un spectrographe dont le détecteur CCD couvre le domaine spectral 3800-9000 Å avec une résolution de 3Å/pixel ; les noms des radiogalaxies sont indiqués dans chaque cadre en haut à gauche. L'intensité, en unités arbitraires, est donnée en fonction de la longueur d'onde, exprimée en Å. Les principales raies sont identifiées ; celles notées par une croix cerclée sont des raies dues à l'atmosphère terrestre.

Les spectres sont dominés par les raies d'absorption suivantes, identifiées sur chaque enregistrement de la figure 1 et dont on donne ci-après les longueurs d'onde λ_e (il s'agit de la longueur d'onde "au repos", c'est-à-dire mesurée dans le système de l'émetteur) : raie H de Ca II (Calcium une fois ionisé) à 3933 Å ; raie K de Ca II à 3968 Å ; bande G à 4304 Å ; raie de Mg I (Magnésium neutre) à 5175 Å ; raie D de Na (Sodium) à 5892 Å. Dans deux cas (0344-345 et 1521-300) apparaissent également des raies d'émission : raie H α à 6562 Å ; raie de [O III] à 5007 Å ; raie de [O I] à 6300 Å ; raie de [S II] à 6716 Å.

On se propose de déterminer le décalage spectral $z = (\lambda_o - \lambda_e)/\lambda_e$ de chaque radiogalaxie à partir de la mesure de la position observée λ_o des diverses raies identifiées sur les spectres donnés sur la figure 1.

1- Compte tenu de l'échelle en longueur d'onde de la figure 1, à quelle incertitude $\delta\lambda_o$ correspond une mesure de λ_o effectuée sur la figure 1 à 0,5 mm près ? les raies utilisées ici ayant des λ_e compris entre 3900 Å et 6700 Å environ, quelle est l'incertitude typique δz atteinte dans la détermination de z , lorsque l'on utilise une seule raie ?

2- On choisira différents spectres de la figure 1 et l'on s'exercera à mesurer λ_o pour plusieurs raies pour en déduire $\Delta\lambda$ et la valeur correspondante de z et de son incertitude δz pour les radiogalaxies correspondantes. On discutera en particulier les points suivants :

a- Compte tenu de l'incertitude sur λ_o , est-ce que pour une radiogalaxie donnée, le décalage $\Delta\lambda$ observé pour différentes raies est significativement différent d'une raie à l'autre et si oui, comment varie-t-il avec λ_e ?

b- Calculer pour une radiogalaxie donnée les valeurs individuelles de z_i (pour chaque raie mesurée) et leur incertitude δz_i ; en déduire la valeur moyenne $\langle z \rangle$. Est-ce que les différences $(z_i - \langle z \rangle)$ dépendent significativement des raies choisies ? En particulier, dépendent-elles de λ_e ?

c- Comparer vos résultats sur z à ceux donnés dans le Tableau 1 ci-après (voir le corrigé) et

obtenus à l'ESO par un traitement des données moins élémentaire que celui utilisé ici.

d- Les incertitudes sur z obtenues par les observateurs de l'ESO se situent entre 0,0002 et 0,0008 ; quelle est l'incertitude correspondante sur la détermination de la vitesse radiale de la radio-galaxie ?

N.B. La figure 1 (TA VII, p. 10-11-12) est reproduite à partir de la publication suivante : Scarpa R. , Falomo R. , Pesce J. E. , Astron. Astrophys. Suppl. Ser. 116, 295 (1996), "Redshift of southern radio galaxies", Fig. 1, Fig. 2, Fig. 3.

CORRIGE DU TD AII-1

1- L'échelle est de 66 mm pour 5000 Å soit pour 0,5 mm : $(0,5 \times 5000)/66 = 37,9 \text{ \AA} \approx 38 \text{ \AA}$. Cela implique une incertitude $\delta z = \delta(\Delta\lambda)/\lambda_e$; comme λ_e peut prendre des valeurs de 3900 Å à 6700 Å pour les raies présentes ici, on aura des valeurs de δz comprise entre 0,006 et 0,0097 soit de l'ordre de 0,01.

2- On donne ci-après à titre d'exemple les résultats obtenus pour la radiogalaxie 0312-343 en mesurant les positions de différentes raies (λ en Å) dans le spectre.

Raie	λ_o	λ_e	$\Delta\lambda$	z_i	δz_i	$z_i - \langle z \rangle$
Ca II H	4200	3933	267	0,0679	0,0097	- 0,0007
Bande G	4600	4304	296	0,0688	0,0088	+0,0002
Mg I	5530	5175	355	0,0686	0,0073	0,0000
Na D	6300	5892	408	0,0692	0,0064	+0,0006

La valeur moyenne obtenue pour z est : $\langle z \rangle = 0,0686$.

On constate que :

a- $\Delta\lambda$ augmente systématiquement avec λ_e et la variation est significative ici compte tenu de l'incertitude typique de 38 Å sur la mesure de λ_o .

b- Les écarts des valeurs individuelles z_i par rapport à la moyenne $\langle z \rangle$ ne dépendent pas de λ_e ; les valeurs z_i ne sont pas significativement différentes : le décalage spectral relatif, au contraire de $\Delta\lambda$, ne dépend pas de λ_e ; il caractérise la radiogalaxie et sa vitesse de fuite.

c- Les résultats publiés sont donnés dans le tableau 1 ci-après.

Tableau 1- Décalage spectral relatif des radiogalaxies

Nom	z	δz	Nom	z	δz
0005-199	0,1216	0,0005	0940-304	0,0385	0,0003
0013-316	0,1071	0,0008	1002-320	0,0887	0,0008
0155-212	0,1597	0,0004	1043-290	0,0598	0,0003
0229-208	0,0895	0,0006	1257-253	0,0648	0,0006
0247-207	0,0864	0,0007	1354-251	0,0379	0,0002
0257-398	0,0661	0,0004	1521-300	0,0196	0,0004
0312-343	0,0669	0,0004	1929-397	0,0744	0,0004
0344-345	0,0535	0,0004	2209-255	0,0626	0,0003
0452-190	0,0389	0,0002	2333-327	0,0518	0,0002
0533-377	0,0964	0,0008	2350-375	0,1151	0,0008
0712-349	0,0446	0,0003	2353-184	0,0727	0,0004

En ce qui concerne 0312-343, la valeur déterminée ici ($\langle z \rangle = 0,0686$ avec $\delta z_i \approx 0,008$) est en accord avec la valeur publiée : $z = 0,0669 \pm 0,0004$; la différence $(0,0686 - 0,0669) = 0,0017$ n'est pas significativement différente de zéro compte tenu de l'incertitude δz sur notre détermination.

d- D'après la relation Doppler-Fizeau, la vitesse radiale (dans le cas où cette vitesse reste petite devant la vitesse de la lumière) V liée à z par la relation : $V = cz$ où $c = 3 \times 10^5 \text{ km s}^{-1}$, d'où l'incertitude sur V : $\delta V = c \delta z$. En adoptant pour δz les deux valeurs 0,0002 et 0,0008, on trouve respectivement $\delta V = 60 \text{ km s}^{-1}$ et 240 km s^{-1} .

TD AII-2

GROUPEMENTS DE GALAXIES

BASE DE DONNEES LEDA

L'activité proposée repose sur la consultation de divers documents (documents VIII du fascicule documents de travail) issus de l'interrogation de la base de données extragalactiques LEDA (appellation venant de la contraction de "Lyon Meudon Extragalactic DAtabase") qui contient les données physiques sur 160 000 galaxies environ. L'exploration est faite dans une région du ciel au voisinage de la galaxie spirale NGC 5350 pour montrer un exemple de recherche de groupement physique de galaxies. Les données extraites se présentent d'une part sous la forme de carte (champ circulaire d'un certain rayon angulaire sur le ciel) donnant les positions apparentes sur le ciel des galaxies du champ exploré, avec leur orientation et leur forme d'ellipse à l'échelle et d'autre part sous la forme de liste donnant les principaux paramètres physiques des galaxies en question.

Chaque galaxie est repérée sur la carte par un numéro d'ordre (1, 2, 3 etc.) qui renvoie à une liste de noms identifiant la galaxie par son nom dans un catalogue. L'identificateur principal est le numéro dans le catalogue PGC ("Principal Galaxy Catalogue" noté PGC suivi du numéro dans ce catalogue) ou LEDA et d'autres identificateurs provenant de catalogues variés sont également listés (NGC, IC, UGC, etc.).

Outre les coordonnées équatoriales (ascension droite et déclinaison pour 1950,0) donnant la position sur le ciel, les paramètres physiques moyens suivants sont listés ici pour chaque galaxie :

- type morphologique T codé numériquement : T de -6 à -1 pour les galaxies elliptiques et lenticulaires (E et S0) ; T = 0 à 9 pour les galaxies spirales (Sa à Sm) ; T=10 pour les galaxies irrégulières du type magellanique.

- diamètre angulaire apparent D_{25} (exprimé en 1/10e de ') et donné par son logarithme décimal.

- le rapport d'axes $R_{25} = a/b$, donné par son logarithme décimal.

- la magnitude apparente totale en bande B.

- la vitesse radiale héliocentrique V_{21} (en km s^{-1}) déduite des observations radio en raie 21 cm.

- la vitesse radiale héliocentrique V_{opt} (en km s^{-1}) déduite des observations spectroscopique en optique.

Deux champs centrés sur NGC 5350 sont représentés : l'un de rayon 14' (le document noté "document 1", montre une reproduction photographique du champ en négatif, tel qu'il apparaît sur le Palomar Sky Survey et le second noté "document 2", montre la description schématique de ce champ de galaxies (avec les numéros repères), l'autre de rayon 108', noté "document 3", qui contient 50 galaxies avec la liste séparée (notée "liste 3") des paramètres de ces galaxies.

1- Le document 2 indique 6 galaxies identifiées dans le champ réduit de 14' de rayon autour de NGC 5350. Comparer cette carte avec la reproduction du cliché photographique (document 1) couvrant le même champ.

2- Vérifier que NGC 5354 est presque vue de face et que NGC 5358 est presque vue par la tranche.

3- Peut-on dire que NGC 5353 et NGC 5354 forment une paire de galaxies ?

4- Préciser à partir des documents 1 et 2, quelles galaxies forment un petit groupe avec NGC 5350 ?

5- Rechercher à partir du document 3 et de la liste 3, quels sont les groupements physiques de galaxies présents dans le champ ? Y-a-t-il des cas où des galaxies sont proches sans être associées physiquement ?

6- Comparer les déterminations de vitesse radiale V_{21} et V_{opt} , pour une même galaxie, d'après la liste 3. Y-a-t-il toujours un bon accord entre ces déterminations ? Si tel n'est pas le cas, comment l'expliquer ?

Les documents notés ci-dessus 1, 2 et 3 correspondent respectivement aux documents de travail TA VIII p. 13, p. 14, p. 15-16.

N.B. La base LEDA est décrite dans A.A. Suppl. Ser. 124, 109 (1997) ; elle peut être consultée à distance aux adresses suivantes :

telnet lmc.univ-lyon1.fr - **login** : **leda** ou :

http://www-obs.univ-lyon1.fr/base/home_base.fr.html

CORRIGE DU TD AII-2

1- On retrouve bien les 6 galaxies de la carte sur la reproduction photographique ; on vérifie bien que les dessins de la carte reproduisent schématiquement l'image étendue en forme d'ellipse avec le même rapport d'axes et la même orientation que sur la photo. A noter que la carte ne visualise que les galaxies et donc toutes les étoiles du champ présentes sur la reproduction photographique ne sont pas présentes sur la carte.

2- Les données figurant sur le document 2 indiquent les valeurs suivantes pour $\log R_{25} = \log(a/b)$: 0,06 pour NGC 5354 et 0,44 pour NGC 5358 ; cela correspond respectivement aux valeurs suivantes de b/a : 0,87 et 0,36. Il s'agit bien d'une galaxie vue de face (b voisin de a pour NGC 5354) et d'une galaxie vue par la tranche (b petit devant a pour NGC 5358) comme on le voit également sur le document 1.

3- On constate sur les documents 1 et 2 que NGC 5353 et NGC 5354 sont en contact (leur centres sont séparés d'un peu plus de 1'), en apparence sur le ciel, c'est-à-dire qu'elles sont pratiquement sur la même ligne de visée. Par ailleurs leurs vitesses radiales sont aussi similaires (document 2), donc elles sont bien à une même distance et constituent une paire de galaxies.

4- Les 6 galaxies du champ apparaissent voisines sur le ciel, de plus quatre d'entre elles (NGC 5350, 5353, 5354, 5355) ont des vitesses radiales voisines (autour de 2310 km s^{-1}) : elles forment un véritable groupe physique. La galaxie NGC 5358 a une vitesse plus faible (de 700 km s^{-1} environ) et elle est donc plus proche de nous que ce groupe. La galaxie n° 4 (LEDA 0099754) a une vitesse plus élevée (de 380 km s^{-1} , environ) et doit être située plus loin que ce groupe de 4 galaxies.

5- On examine la carte (document 3) pour repérer des galaxies proches sur le ciel qui semblent former un groupe et on recherche ensuite les vitesses radiales (sur la liste 3) pour vérifier qu'elles sont ou non à une distance similaire. Les galaxies sont désignées ci-après par leur numéro de 1 à 50 et les vitesses radiales sont exprimées en km s^{-1} ; la localisation de la zone décrite est repérée en utilisant les directions N, E, S et W par rapport au centre du champ (NGC 5350, galaxie 33). Les résultats sont les suivants :

- galaxies 8 et 12 (au SW) : séparées environ par 8' et avec des vitesses très voisines, respectivement 2532 (moyenne) et 2517 donc il s'agit d'une paire physique.

- galaxies 9, 11, 15, 16, 17 (au S) : couvrent une zone étendue sur 17' environ ; vitesses voisines de 2200-2600 sauf pour la galaxie 17 qui ayant une vitesse de 18587 est située beaucoup plus loin. La galaxie 11 a une vitesse (2204) inférieure de 300 à 400 par rapport au groupe de galaxies 9-15-16, elle est donc située plus près. Les galaxies 9, 15 et 16 sont réparties sur une zone de 12' environ et leurs vitesses sont proches, respectivement : 2511 (moyenne), 2613 et 2631 ; il s'agit bien d'un groupe.

- galaxies 19 et 21 (au SW) : séparées d'environ 9' et avec des vitesses très voisines (respecti-

vement 2672 et 2565 pour les moyennes) ; il s'agit d'une paire physique.

- galaxies 24 et 26 (à l'W) : séparées d'environ 9', mais la vitesse de la galaxie 26 n'est pas connue : on ne peut donc conclure.

- galaxies 32, 37, 39 (à l'W) : groupées sur environ 15' ; la vitesse de la galaxie 39 n'est pas connue. Les vitesses des galaxies 32 et 37 (respectivement : 2617 et 2333 pour la moyenne) diffèrent de 284 ; on ne donne pas ici l'incertitude sur la vitesse de la galaxie 32, par contre les deux déterminations pour la galaxie 37 sont en excellent accord ; il est difficile ici, de conclure clairement à la réalité de l'association physique.

- galaxies 34 et 35 (à l'E) : galaxies pratiquement sur la même ligne de visée (séparation de moins de 1') mais on ne connaît pas la vitesse de la galaxie 35 : on ne peut conclure.

- galaxies 41, 42, 43 (au NE) : couvrent une zone de 12' environ ; les galaxies 41 et 42 sont à environ 1' l'une de l'autre ; les vitesses sont très voisines (en prenant les moyennes, respectivement : 3723, 3761 et 3600), il s'agit d'un triplet de galaxies.

- galaxies 49 et 50 (au NE) : séparation de 3,5' environ ; les vitesses sont voisines (respectivement 2379 et 2235, en prenant les moyennes) ; il s'agit bien d'une paire de galaxies.

On retrouve le groupement signalé plus haut (vitesse d'environ 2310) autour de NGC 5350 (galaxie 33) avec les galaxies 27, 29 et 31. Ici, on repère également les galaxies voisines suivantes : 23 et 36 (à l'E) et 24 et 26 (à l'W). La galaxie 26 n'a pas de vitesse connue ; les vitesses (moyennes) des galaxies 23, 24 et 36 sont respectivement : 2426, 2369 et 2568. Les 2 galaxies 23 et 24 peuvent être associée au groupe de NGC 5350, la situation est moins claire pour la galaxie 36 (sa vitesse est plus élevée, elle pourrait donc être située un peu plus loin ; il faudrait connaître l'incertitude sur sa vitesse pour décider si cette vitesse est significativement différente de celle du groupe de NGC 5350).

6- Les vitesses V_{21} et V_{opt} sont disponibles pour 20 galaxies de la liste 3. On constate que les différences sont de l'ordre de quelques km s^{-1} ou de quelques dizaines de km s^{-1} , à l'exception des 3 galaxies : 25, 27 et 29. Dans le cas de la galaxie 25 l'écart de vitesse est de 908 km s^{-1} : il y a clairement une mesure qui est inexacte et il faudrait examiner les données d'origine. Dans le cas de la galaxie 27, l'écart (148 km s^{-1}) reste plus élevé que la moyenne, il est probablement dû à des mesures moins précises. Dans le cas de la galaxie 29, l'écart de vitesse est de 418 km s^{-1} , ce qui est assez élevé ; en consultant les données d'origine on se rend compte que la mesure en raie 21 cm est précise et que la mesure optique est peu précise ; dans ce cas il faut adopter la mesure V_{21} et ne pas faire simplement une moyenne entre les deux déterminations.

TD AIII-1

DISTANCE DE IC 4182 A PARTIR DES CEPHEIDES

On discute ci-après l'application de la relation "Période-Luminosité" (ci-après P-L) pour obtenir la distance de la galaxie IC4182 en utilisant les céphéides récemment détectées par le télescope spatial Hubble dans cette galaxie. Par ailleurs, on dispose d'une nouvelle calibration de la relation P-L pour les magnitudes en bande V ($\lambda = 550$ nm) et en bande I ($\lambda = 789$ nm) reposant sur la distance du Grand Nuage de Magellan (ci-après GNM) ; le module de distance adopté pour le GNM est $\mu_0 = m - M = 18,5$. Cette nouvelle calibration est décrite par les deux relations suivantes :

$$(1) : \langle M_V \rangle = -2,83 \log P - 1,37 \quad \text{et} \quad (2) : \quad \langle M_I \rangle = -3,06 \log P - 1,81$$

où la période P est exprimée en jours.

La figure 1 donne les magnitudes apparentes moyennes respectivement en V (avec une erreur de mesure typique de 0,1 magnitude) et en I (avec une erreur de mesure typique de 0,18 magnitude) en fonction du logarithme décimal de la période P (exprimée en jours), pour les céphéides détectées dans IC4182 ; les droites tracées ont été ajustées parmi les points d'observation en imposant la pente des relations (1) et (2) respectivement. La dispersion des points d'observation autour de ces droites est respectivement de 0,27 magnitude en V et de 0,26 magnitude en I.

1- Les céphéides de IC4182 obéissent-elles à la même relation P-L que les céphéides de calibration ? déduire des erreurs moyennes de mesure et de la dispersion observée sur la figure 1, la dispersion intrinsèque estimée pour chaque relation P-L. Commenter brièvement l'origine physique de cette dispersion.

2- Déduire de la figure 1, les modules de distance respectifs μ_V et μ_I et les distances correspondantes en Mpc. Ces deux valeurs sont-elles significativement différentes ?

3- Doit-on s'attendre à trouver nécessairement μ_V et μ_I égaux ? Discuter brièvement l'influence de l'absorption interstellaire.

N.B. La figure 1 utilisée dans ce TD est reproduite à partir de la publication suivante :

Saha A. , Labhardt L. , Schwengeler H. , Macchetto F. D. , Panagia N. , Sandage A. , Tammann G.,
ApJ 425, 14 (1994), "Discovery of cepheids in IC 4182 : absolute peak brightness of SN Ia 1937C
and the value of H_0 ", Fig. 7a-7b.

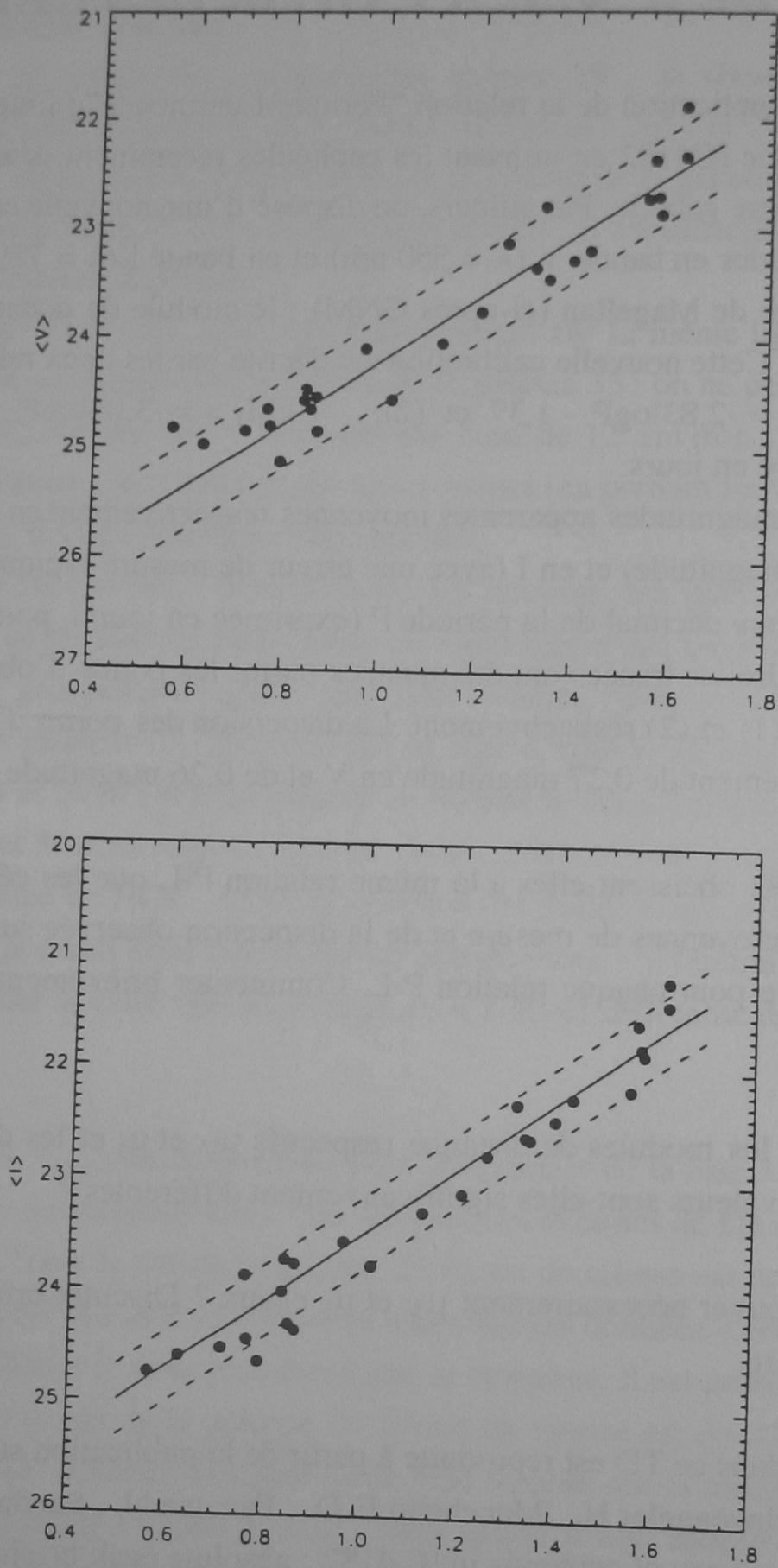


Figure 1 : Magnitude apparente moyenne en bande V et en bande I en fonction du logarithme décimal de la période (exprimée en jours), pour des céphéides observées dans la galaxie IC 4182. Les droites ont été ajustées en imposant la pente obtenue en V et en I à partir des céphéides du GNM.

CORRIGE DU TD AIII-1

1- Oui, les points observés pour les céphéides dans IC 4182 sont bien répartis autour de la droite en trait plein qui a la pente de la relation P-L de calibration (-2,83 pour V et -3,06 pour I). Les dispersions et erreurs de mesure s'ajoutent quadratiquement et si on désigne par σ_V et σ_I les dispersions intrinsèques des deux relations P-L, respectivement en V et en I, on a : $(\sigma_V)^2 + (0,1)^2 = (0,27)^2$ d'où $\sigma_V = 0,25$ magnitude et : $(\sigma_I)^2 + (0,18)^2 = (0,26)^2$ d'où $\sigma_I = 0,19$ magnitude. Ces dispersions intrinsèques sont à rapprocher de l'effet de couleur mentionné dans la section III-2-2 du cours (tome I - section A).

2- On lit sur la figure 1, l'ordonnée $\langle V \rangle$ (ou $\langle I \rangle$) d'un point ayant une abscisse fixée $\log P$ et situé sur la droite en trait plein ; on calcule ensuite pour ce **même** $\log P$, la valeur correspondante $\langle M_V \rangle$ (ou $\langle M_I \rangle$) via la relation (1) ou (2). On en déduit les modules de distance :

$\mu_I = \langle I \rangle - \langle M_I \rangle$ et $\mu_V = \langle V \rangle - \langle M_V \rangle$. On peut faire les lectures et calculs pour différentes valeurs de $\log P$ afin d'améliorer la précision (voir les résultats dans le tableau ci-après). A noter que si la précision de lecture est de 0,5 mm, cela correspond avec l'échelle en ordonnée des graphiques à 0,04 magnitude. Les résultats sont les suivants :

	$\langle V \rangle$	$\langle M_V \rangle$	μ_V	$\langle I \rangle$	$\langle M_I \rangle$	μ_I
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----
$\log P = 0,6$	25,3	-3,07	28,37	24,7	-3,65	28,35
$\log P = 1$	24,2	-4,20	28,4	23,5	-4,87	28,37
$\log P = 1,6$	22,5	-5,90	28,40	21,7	-6,71	28,41
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

Les valeurs moyennes obtenues sont : $\mu_V = 28,39$ et $\mu_I = 28,38$ qui ne sont pas significativement différentes, compte tenu de notre précision (au mieux 0,05 magnitude) . Les distances correspondantes s'en déduisent par la relation : $\mu = 5 \log d + 25$ (avec d en Mpc) d'où : $d_V = 4,76$ Mpc et $d_I = 4,74$ Mpc, soit une moyenne de 4,75 Mpc.

3- Les valeurs obtenues ici sont des modules de distance non corrigés ; en réalité le module corrigé d'absorption μ_o s'obtient par : $\mu_o = \mu_V - A_V$ et par $\mu_o = \mu_I - A_I$ où A_V et A_I sont les corrections d'absorption en V et en I. On a donc la relation suivante : $\mu_V - \mu_I = A_V - A_I$ et comme l'absorption est plus importante en V qu'en I on a $A_V > A_I$ et en présence d'absorption on s'attend à avoir une différence systématique avec : $\mu_V > \mu_I$. Comme cela n'est pas observé ici, on peut en conclure que l'absorption interstellaire dans la direction de IC 4182 est négligeable.

TD AIV-1

ETUDE D'ARTICLES DE PRESSE

Cet exercice est destiné à réfléchir sur les possibilités de médiation des découvertes scientifiques accomplies par le journalisme scientifique en direction du public.

On vous demande d'abord de lire les deux articles reproduits dans l'Appendice "Extraits d'articles de presse" :

I - L'Univers rajeunit.

II - L'Univers plus jeune qu'il n'y paraît ?

Puis, à la lumière de vos connaissances, de discuter la façon dont ces articles permettent au lecteur non averti de comprendre la nature et l'importance du problème posé et celles du résultat obtenu.

1- Situer ces deux articles dans le temps : à quels effets d'annonce en provenance des scientifiques concernés répondent-ils ? Discuter leurs titres.

2- Commenter les passages suivants du premier article :

a- "un résultat qui, s'il se confirme, ébranlera toute notre vision du monde" ?

b- "C'est là qu'ils pointèrent (...) vers les confins du cosmos, du côté de l'amas de la Vierge"

c- "Ils fouillèrent le ciel à la recherche de céphéides (...). Ils trouvèrent trois de ces capricieuses dans la galaxie NGC 4571".

d- "Ils passèrent ensuite leurs mesures à la moulinette de l'ordinateur qui leur restitua (...) l'âge du monde ..."

e- Ce qui est attribué au "génie de Hubble"

f- La façon dont on explique en quoi consiste l'expansion de l'Univers, et particulièrement la phrase : "Conclusion logique ..."

g- La façon dont on explique la relation entre l'âge et le taux d'expansion.

h- "(Hubble) démontre que la clef de l'âge du monde dépend de la valeur d'une constante"

i- "Fébrilement, l'astronome se replonge dans ses calculs. Et, en 1930, il annonce (...) une première estimation..."

j- "S'ils avaient raison, toute la cosmologie serait à revoir"

k- L'ensemble du paragraphe : "La constante insaisissable".

3- Commenter de la même façon les passages suivants du second article :

a- "Et non pas de 15 à 18 milliards comme le prévoyait le modèle du big-bang"

b- Le critère de distance des céphéides

c- "Il suffit de les repérer dans une galaxie du bout du cosmos..."

- d- "Mais leurs résultats glanés à partir de la Terre sont moins fiables"
- e- "Dix milliards d'années tout au plus"
- f- "La constante de Hubble frôle les 80 et l'Univers devrait être âgé de 8 à 12 milliards d'années"

CORRIGE DU TD AIV-1

1- Le premier article a été publié à l'annonce de la mesure de la distance de la galaxie NGC 4571, par l'observation de céphéides au moyen du télescope "Canada-France-Hawaï" ; le second au moment de l'annonce de la mesure de la distance de la galaxies M100, par l'observation de céphéides grâce au télescope spatial Hubble.

Dans les deux cas, le titre porte non pas sur ce qui a été mesuré, c'est-à-dire la distance d'une galaxie, mais sur ce qu'on en a déduit, c'est-à-dire l'âge de l'Univers. Il faut noter que cette seconde problématique, plus "accrocheuse" pour le lecteur, n'est pas le fait de la journaliste : il a été soulignée par les scientifiques eux-mêmes.

2-a- La vision du monde qui pourrait être ébranlée est celle du modèle cosmologique auquel satisfait notre Univers. Pour comprendre l'enjeu, il faudrait connaître les paramètres dont ce modèle dépend.

2-b- L'amas de la Vierge n'est pas "aux confins du cosmos", en ce sens qu'il n'est pas assez éloigné pour que la vitesse radiale observée soit identifiable à sa vitesse cosmologique. Il fait partie de notre Superamas local.

2-c- On pourrait croire que les astronomes ont observé un grand nombre de galaxies, alors qu'ils ont choisi délibérément cette galaxie particulière, qui avait l'avantage d'avoir déjà été résolue en étoiles ; avantage qui entraîne aussi l'inconvénient que l'on puisse raisonnablement penser qu'elle est plus proche de nous.

2-d- Le passage de l'observation des céphéides à la détermination de l'âge de l'Univers requiert en partie l'utilisation de l'ordinateur (c'est-à-dire la conduite de calculs), mais aussi un certain nombre d'hypothèses concernant les corrections d'extinction de la lumière, le passage de la vitesse radiale observée à la composante cosmologique et le choix des valeurs des deux autres paramètres cosmologiques : le paramètre de densité et la constante cosmologique.

2-e- Hubble a résolu le problème de l'existence de galaxies extérieures qui agissait toute la communauté des astronomes en mesurant la distance de la galaxie d'Andromède ; il a utilisé des mesures de vitesses radiales de galaxies réalisées par V. Slipher et ses propres mesures de distances pour apporter une preuve à la loi d'expansion de l'Univers qui était prédite par les équations d'Einstein. La vulgarisation tend trop souvent à attribuer à un individu isolé, considéré comme génie hors du commun, ce qui résulte d'un ensemble de découvertes, impliquant de nombreux chercheurs (dont le talent n'est pas moindre).

2-f- L'utilisation du mot "vitesse" pour caractériser le rythme d'expansion de l'Univers est source de confusion. En ce sens, avoir mesuré des décalages de raies s'interprète logiquement par un dé-

placement des galaxies, qui s'éloignent de nous ; la notion d'univers en expansion est différente : c'est l'univers lui-même qui se dilate, sans que les galaxies soient animées de mouvement. Cette notion est difficile à aborder dans un article de journal.

2-g- Le lien entre le rythme de l'expansion et l'âge est très clairement exposé. Il manque peut-être une définition de l'origine

2-h- La clef de l'âge du monde ne dépend pas de la seule constante de Hubble, mais aussi du paramètre de densité et de la constante cosmologique.

2-i- A nouveau, on pourrait croire que la percée provient de la réalisation de calculs compliqués, alors qu'elle dépend d'une part de nouvelles observations et d'autre part des critères de distance utilisés.

2-j- On pourrait remplacer plus prudemment : "toute la cosmologie" par : "le modèle standard"

2-k- Ce paragraphe est beaucoup plus nuancé ; sans entrer dans leur description, la journaliste note qu'il y a de "nombreuses sources d'erreur" ; elle mentionne aussi la difficulté de séparer la vitesse cosmologique (appelée ici vitesse d'éloignement) des autres composantes de vitesse.

L'allusion au satellite HIPPARCOS est difficilement intelligible pour le non initié.

3-a- Le modèle du big-bang ne prévoit aucun âge tant que les valeurs des constantes dont il dépend ne sont pas connues. Il faudrait dire "comme on le prévoit à partir des mesures des âges des plus vieux objets connus".

3-b- Le critère est bien expliqué, et son principe devrait être compréhensible pour le lecteur. Evidemment, il manque une allusion aux problèmes d'extinction de la lumière et du choix des bandes spectrales utilisées.

3-c- Il manque une justification de la raison de choisir "une galaxie du bout du cosmos", et ce qu'on entend par "bout du cosmos" ; et corrélativement la discussion sur la distance limite à laquelle les céphéides d'une galaxie sont observables.

3-d- Ces résultats sont moins fiables, parce que l'on n'a observé que 3 céphéides, avec de grandes incertitudes ; cependant, il y aurait lieu de discuter d'autres points : les corrections d'extinction, le choix de la vitesse cosmologique, la localisation de chaque galaxie dans l'amas ... Les barres d'erreur données à la distance de NGC 4571 et à celle de M100 par les auteurs respectifs sont pratiquement les mêmes.

3-e- On s'est placé dans le modèle standard.

3-f- On ne comprend pas d'où vient la marge de 8 à 12 : de la barre d'erreur sur la valeur de la distance ? de celle sur la vitesse cosmologique ou des valeurs possibles du paramètre de densité ?

Remarques :

L'objectif de cet exercice n'était pas d'effectuer une critique du travail de la journaliste ; les questions posées portaient nécessairement sur des points où la critique peut s'exercer. On devrait aussi noter les qualités de ces deux articles, comme par exemple le souci de donner des références historiques, et le style agréable.

Notre propos était essentiellement de montrer la difficulté qu'il y a à exposer un problème aussi complexe : le souci de simplification, destiné à ne pas effrayer le lecteur en entrant dans trop de détails, conduit à dénaturer en partie l'importance du résultat et la démarche qui y a conduit.

TD AIV-2

RELATION ENTRE H_0 ET L'AGE DE L'UNIVERS

On rappelle ci-après les 2 équations fondamentales déduites des équations d'Einstein décrivant un univers homogène et isotrope assimilé à un fluide parfait caractérisé par une masse volumique moyenne $\rho(t)$ et une pression $P(t)$:

$$(1) : 8\pi G\rho / 3 = kc^2/R^2 + (dR/dt)^2/R^2 - \Lambda c^2/3 \text{ et}$$

$$(2) : d(\rho R^3) / dt + (P/c^2) dR^3/dt = 0$$

avec $k = 0, +1$ ou -1 suivant que l'espace est euclidien, sphérique ou hyperbolique et où Λ désigne la constante cosmologique. A noter que l'équation (1) ci-dessus est identique à la première équation d'Einstein donnée dans le cours (chap. I, section I-2-1 du tome I - partie A), alors que l'équation (2) est différente de la deuxième donnée dans le cours ; en fait cette équation (2) se déduit des 2 équations d'Einstein données dans le cours après dérivation par rapport au temps.

On rappelle également que le décalage spectral z associé à l'époque t est lié au facteur d'échelle de l'univers par la relation : $1+z = R_0/R(t)$ et que le facteur de densité Ω est défini par $\Omega = 8\pi G\rho / 3H^2$ (voir le cours, sections I-1-2-2 et I-2-5 du chap. I, tome I - partie A). Dans toute la suite, on affectera d'un indice zéro les paramètres correspondants à l'époque actuelle caractérisée par $t = t_0$ (t_0 représente la durée écoulée depuis le "big bang" soit encore l'âge de l'univers). On supposera dans toute la suite que **la constante cosmologique est nulle**.

1- Rappeler l'expression de la constante de Hubble $H(t)$ en fonction de $R(t)$ et $dR(t)/dt$.

2- En déduire que t_0 peut s'exprimer sous la forme suivante d'une intégrale définie dont on précisera les bornes a et b et la fonction f :

$$t_0 = \int_a^b f(H,z)$$

3- Montrer que Ω peut s'écrire sous la forme d'un rapport ρ / ρ_c où ρ_c désigne une certaine densité appelée "densité critique" que l'on explicitera en fonction de H et G .

a- Déduire de (1) l'expression de Ω en fonction de k et dR/dt .

b- Préciser la valeur de Ω correspondant aux 3 types d'univers possibles et donner schématiquement l'allure de la variation de $R(t)$ dans chaque cas.

4- On suppose de plus **dans toute la suite** que $P=0$.

- a- Commenter brièvement la validité de cette hypothèse pour l'univers actuel.
- b- Comment s'écrit alors l'équation (2) ci-dessus ? quelle interprétation physique simple peut-on en donner ?

5- On étudie **ici** le modèle particulier **euclidien**.

- a- que vaut alors Ω ? en déduire ρ_0 en fonction de H_0 .
- b- compte tenu de (2), exprimer ρ en fonction de H_0 et (R/R_0) .
- c- on pose $a(t) = R(t)/R_0$. Montrer à partir de (1) que $a(t)$ est solution d'une équation différentielle de la forme : $da(t)/dt = g(a, H_0)$, où g est une fonction que l'on explicitera.
- d- déterminer $a(t)$ en fonction de t et H_0 .
- e- que vaut dans ce modèle l'âge de l'univers t_0 en fonction de H_0 ? Calculer cette valeur en années, en adoptant la valeur $H_0 = 57 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.
- f- discuter brièvement la valeur obtenue compte tenu des estimations de t_0 déduites des observations.

6- On envisage de nouveau le **cas général** (en conservant $\Lambda = 0$ et $P = 0$) d'un **espace quelconque**, pour déterminer t_0 en fonction des paramètres observables H_0 , Ω_0 et z .

- a- exprimer ρ en fonction de ρ_0 et z ; en déduire Ω en fonction de Ω_0 , z et H_0/H .
- b- en déduire à partir de (1) l'expression de $(H/H_0)^2$ en fonction de Ω_0 et z .
- c- utiliser ce résultat pour obtenir t_0 , selon la relation établie à la question 2, en fonction de $(1/H_0)$ et Ω_0 . Comparer ce résultat à celui obtenu directement à la question 5-e.

7- On analyse ici la relation liant t_0 et $1/H_0$ à partir du résultat obtenu à la question 6.

- a- Montrer que $t_0/(1/H_0)$ est une fonction décroissante de Ω_0 . Quelle est sa valeur maximale ?
- b- discuter la valeur de Ω_0 et le choix du modèle d'univers compte tenu des contraintes observationnelles sur t_0 . On adoptera $H_0 = 57 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

CORRIGE DU TD AIV-2

1- $H(t) = [dR(t)/dt]/R(t)$, c'est-à-dire le rapport entre la dérivée du facteur d'échelle $R(t)$ et $R(t)$.

2- De la définition de $H(t)$, on déduit :

$dt = (1/H)(dR/R)$ et comme $R(t) = R_0/(1+z)$, on a $dR/R = -dz/(1+z)$ d'où $dt = -dz (1/H)/(1+z)$ et :

$$t_0 = \int_0^{\infty} \frac{1}{H} \frac{dz}{(1+z)}$$

3- $\Omega = 8\pi G\rho / (3H^2) = \rho / (3H^2/8\pi G) = \rho / \rho_c$ avec $\rho_c = 3H^2/(8\pi G)$.

a- en remplaçant $8\pi G\rho / 3$ dans (1) par ΩH^2 on obtient : $\Omega = 1 + kc^2 / (dR/dt)^2$

b- Compte tenu des des 3 valeurs possibles pour k on a :

- pour $k = 0$: $\Omega = 1$ ou encore $\rho = \rho_c$ (cas euclidien)

- pour $k = -1$: $\Omega < 1$ ou encore $\rho < \rho_c$ (cas hyperbolique)

- pour $k = +1$: $\Omega > 1$ ou encore $\rho > \rho_c$ (cas sphérique).

La variation de $R(t)$ est celle donnée dans la figure I-4 (chap. I, tome I - partie A) du cours.

4- a- $P = 0$ est une bonne approximation pour l'Univers actuel dans lequel la densité de matière est très prédominante sur celle du rayonnement (voir la question I-8 du chap. I, tome I - partie A du cours).

b- (2) s'écrit simplement $d(\rho R^3)/dt = 0$, soit $\rho R(t)^3 = \text{constante}$. Comme $R(t)$ est proportionnel aux distances, $R(t)^3$ a les dimensions d'un volume et le produit de ρ par un volume représente une masse : la relation traduit simplement la conservation de la masse au cours du temps.

5- a- $\Omega = 1$ et $\rho = \rho_c$ et en particulier à t_0 : $\rho_0 = 3H_0^2/(8\pi G)$.

b- On utilise la propriété $\rho R^3 = \rho_0 R_0^3$ pour exprimer $\rho = \rho_0 (R_0/R)^3$ en fonction de H_0 et R/R_0 : $\rho = 3H_0^2(R_0/R)^3 / (8\pi G)$.

c- $a(t) = R(t)/R_0$ et (1) a une forme simple puisque $\Lambda = 0$ et $k = 0$. On remplace dans (1) : R et dR/dt par les expressions : $R = R_0 a$ et $dR/dt = R_0 da/dt$ et ρ par l'expression trouvée au 5-b. On trouve l'équation différentielle suivante : $da/dt = H_0 a^{-1/2}$.

d- L'intégration de cette équation (en prenant $a = 0$ pour $t = 0$) fournit :

$$a(t) = (3/2H_0)^{2/3} t^{2/3}$$

C'est la relation qui décrit la variation du facteur d'échelle de l'Univers dans le cas du modèle EdS (voir la section I-2-4 du chap. I, tome I - partie A du cours).

e- Pour $t = t_0$: $a = 1$ et on obtient : $t_0 = 2/(3H_0)$. Pour $H_0 = 57 \text{ kms}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, on obtient $t_0 = 11,4 \times 10^9$ années (voir le calcul de $1/H_0$ dans la question IV-12, chap. IV du tome I - partie A du cours).

f- Cet âge est un peu faible par comparaison avec l'estimation des âges des amas les plus vieux, mais les incertitudes sur ces estimations sont telles qu'il n'y a pas véritablement d'incompati-

bilité ; à noter par ailleurs, que si H_0 était voisin de 50, t_0 aurait pour valeur 13×10^9 années.

6- a- $\rho = \rho_0 (R_0/R)^3$ et $R_0 = R (1+z)$, d'où $\rho = \rho_0 (1+z)^3$.

Comme : $\Omega / \Omega_0 = (H_0/H)^2 (\rho / \rho_0)$, on obtient en remplaçant ρ / ρ_0 par $(1+z)^3$:

$$\Omega = \Omega_0 (1+z)^3 (H_0/H)^2$$

b- On remplace le premier membre de (1) par ΩH^2 et on utilise l'expression de Ω trouvée au 6-a ; (1) s'écrit alors :

$$\Omega_0 H_0^2 R_0^2 (1+z) - H^2 R_0^2 / (1+z)^2 = k c^2$$

Cette relation appliquée à t_0 (alors $H = H_0$ et $z = 0$) fournit l'expression suivante pour kc^2 :

$kc^2 = \Omega_0 H_0^2 R_0^2 - H_0^2 R_0^2$; en remplaçant kc^2 par cette expression on obtient finalement :

$$(H/H_0)^2 = (1 + \Omega_0 z)(1+z)^2$$

c- t_0 s'obtient comme l'intégrale de 0 à l'infini de la fonction suivante :

$$dz / [H_0 (1+z)^2 (1 + \Omega_0 z)^{1/2}] .$$

Dans le cas euclidien : $\Omega_0 = 1$, la fonction à intégrer est $dz / [H_0 (1+z)^{5/2}]$, ce qui donne :

$t_0 = 2/(3H_0)$, en accord avec le résultat obtenu directement à la question 5-e.

7- a- $t_0/(1/H_0)$ est l'intégrale de 0 à l'infini de la fonction $f(\Omega_0) = 1/[(1+z)^2 (1 + \Omega_0 z)^{1/2}]$ et l'on peut vérifier que la dérivée de cette fonction par rapport à Ω_0 est négative (pour $z > 0$, ce qui est vérifié pour un Univers en expansion), donc la fonction est décroissante. Elle prend sa valeur maximum quand Ω_0 est minimum, donc quand Ω_0 tend vers zéro ; alors la fonction $f(\Omega_0)$ devient $1/(1+z)^2$. L'intégrale vaut 1 et on a donc une valeur **maximum** : $t_0/(1/H_0) = 1$.

b- Avec $H_0 = 57$, on a :

$t_0 = 11,4 \times 10^9$ années (d'après la question 5-e) pour $\Omega_0 = 1$;

t_0 compris entre $17,1 \times 10^9$ et $11,4 \times 10^9$ années pour $\Omega_0 < 1$;

$t_0 < 11,4 \times 10^9$ années si $\Omega_0 > 1$. Cette dernière situation est incompatible avec les estimations de l'âge des amas les plus vieux. Il ne faut pas oublier également que tous ces résultats ont été obtenus dans le cas où l'on a supposé $\Lambda = 0$.

Le document TA VI, p. 9 est reproduit à partir de la publication suivante :

Panagia N. , Gilmozzi R. , Macchetto F. , Adorf H. M. , Kirshner R. P. , ApJ 380, L23 (1991), "Properties of the SN 1987A circumstellar ring and the distance to the Large Magellanic Cloud", Fig. 1.

TD BVII - 1 - DISTANCE ET AGE D'AMAS OUVERTS A PARTIR D'ISOCHRONES

I - OBJECTIF :

Proposer la détermination de la distance et de l'âge de six amas ouverts à partir de l'utilisation d'isochrones.

La métallicité de ces amas est similaire et un seul réseau d'isochrones est utilisé. Ces isochrones ont été calculés pour la composition chimique suivante : $X = 0,68$ $Y = 0,30$ et $Z = 0,020$.

II - METHODE :

Les diagrammes couleur-magnitude des amas : NGC 581, NGC 3532, NGC 6067, NGC 6242, NGC 6281 et NGC 6494 se trouvent dans la pochette de Documents de Travail.

En abscisse figure l'indice de couleur observé (B-V) et en ordonnée la magnitude apparente V.

La série principale d'âge zéro (ZAMS) et un ensemble d'isochrones se trouvent également dans la pochette de Documents de Travail. Les diagrammes de la ZAMS et des isochrones représentent la magnitude absolue visuelle M_V tracée en fonction de $(B-V)_0$. Ces tracés résultant de calculs théoriques, il n'y a pas de rougissement.

L'âge, en année, indiqué sur chaque isochrone est en logarithme décimal.

1 - Détermination de la distance et du rougissement de chaque amas.

En comparant la ZAMS à celle de chaque amas on déterminera le rougissement et le module de distance.

Cette comparaison se fera en utilisant la ZAMS imprimée sur transparent. On ajuste au mieux la ZAMS à celle de l'amas en la faisant glisser parallèlement à l'axe des ordonnées et aussi en autorisant un décalage parallèle à l'axe des abscisses pour tenir compte de l'absorption interstellaire. On pourra se reporter au chapitre VII.

2 - Détermination de l'âge de chaque amas.

En utilisant le réseau d'isochrones tracé également sur transparent, déterminer celui qui coïncide le mieux avec le diagramme de l'amas. La position du transparent sur le diagramme de l'amas est fixée sans ambiguïté à partir des mesures du module de distance et du rougissement faites dans la question précédente. La valeur de l'âge de cet isochrone donne l'âge de l'amas.

Un réseau de six isochrones est tracé sur transparent pour les âges :

$$\log(\text{âge}) = 7,1 ; 7,4 ; 7,7 ; 8,0 ; 8,4 \text{ et } 8,7.$$

Des isochrones d'âge intermédiaire 8,2 ; 8,3 ; 8,5 et 8,6 sont aussi imprimés.

3 - Précision

Estimer en utilisant par exemple, l'amas NGC 6281, la variation de l'âge de l'amas pour un autre ajustement de la ZAMS considéré aussi comme satisfaisant.

CORRIGE DU TD BVII - 1

Question 1 :

Le tableau ci-dessous donne le meilleur ajustement entre la ZAMS et la série principale de chaque amas ce qui permet de mesurer l'absorption interstellaire $E(B-V)$ et le module de distance : $V - M_V$.

L'ajustement de la ZAMS se fait uniquement à partir des étoiles les plus basses sur la série principale car ce sont les étoiles les moins lumineuses - les moins massives - donc celles qui évoluent le plus lentement.

Au cours de cet ajustement on ne doit jamais avoir d'étoiles plus bleues que la ZAMS.

Les étoiles les plus lumineuses de chaque amas sont plus rouges que la ZAMS car elles sont évoluées.

L'amas NGC 6067 présente, en bas de la série principale, des étoiles plus rouges que la ZAMS. Dans ce cas particulier il ne s'agit pas d'étoiles évoluées, auquel cas toutes les autres étoiles auraient aussi quitté la ZAMS, mais il s'agit soit d'étoiles qui ne sont pas encore arrivées sur la ZAMS (protoétoiles) soit d'étoiles qui sont sur la ligne de visée des observations mais qui n'appartiennent pas à l'amas (voir chapitre I, partie B pour la détermination de l'appartenance des étoiles à un amas).

Question 2 :

Pour attribuer un âge à l'amas on cherche à ajuster l'un des isochrones en considérant cette fois-ci les étoiles qui ont quitté la série principale et plus particulièrement celles qui sont dans le domaine des étoiles géantes rouges.

On remarque qu'il y a une région vide d'étoile entre la série principale et les géantes rouges car c'est une phase rapide de l'évolution stellaire et la probabilité d'observer l'une de ces étoiles dans cette étape est faible.

On pourra utiliser aussi les isochrones qui ne sont pas imprimés sur transparent et qui concernent des âges intermédiaires.

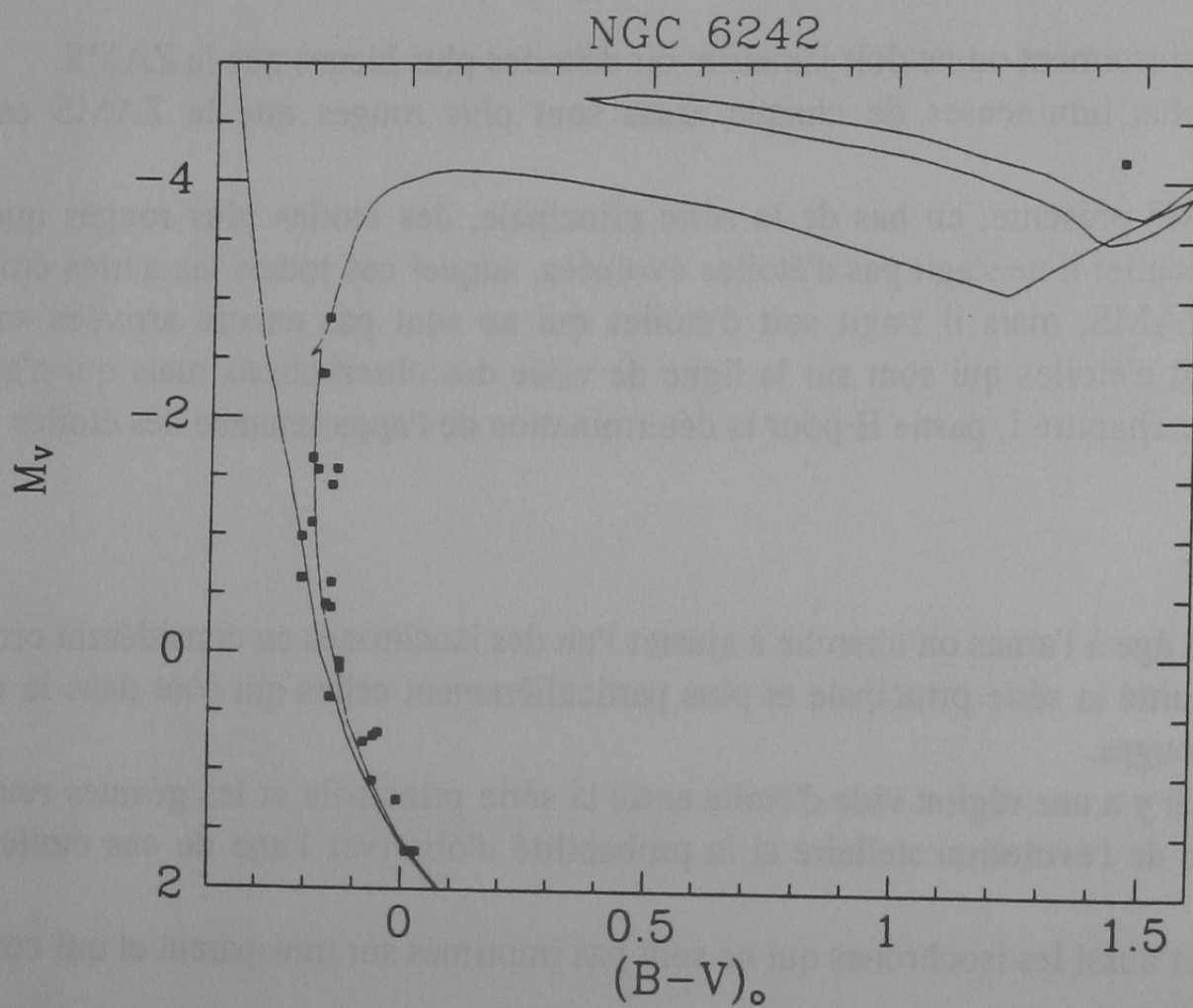
L'amas NGC 6242 a une étoile géante rouge qui pour $\log(\text{âge}) = 7,7$ est au-dessus de l'isochrone. Néanmoins on remarque que les étoiles du voisinage de la série principale sont bien sur cet isochrone.

amas	$E(B-V)$	M_V	V	$V - M_V$	$\log(\text{âge})$
581	0,4	0	13,4	13,4	7,4
3532	0,04	0	8,3	8,3	8,5
6067	0,3	0	12,1	12,1	8,2
6242	0,4	0	11,5	11,5	7,7
6281	0,18	0	9,0	9,0	8,4
6494	0,4	0	10,25	10,25	8,5

La Figure ci-dessous représente l'ajustement de l'isochrone $\log(\hat{\text{age}}) = 7,7$ à l'amas NGC 6242.

Question 3 :

Si on attribue à l'amas NGC 6281 une valeur $E(B-V) = 0,21$ et un module de distance $(V - M_V) = 9,2$ on remarque que l'isochrone $\log(\hat{\text{age}}) = 8,4$ est encore valable. On notera le poids important des étoiles géantes dans l'attribution des âges des amas ouverts.



TD BVIII - 1 - DISTANCE DE L'ÉTOILE VARIABLE

CEPHEIDE RS PUPPIS

On se propose de déterminer la distance de l'étoile variable céphéide RS Puppis en utilisant les observations photométriques d'un amas d'étoiles O et B entourant RS Puppis. Ces observations photométriques ont été effectuées dans le système des magnitudes U, B, V pour lesquelles les maxima de réponse spectrale se situent respectivement aux longueurs d'onde suivantes (en Å; $1\text{Å} = 10^{-10}\text{ m}$) : 3600, 4200 et 5500. Dans cet exercice on désignera les magnitudes et indices de couleur corrigés d'absorption interstellaire en les affectant d'un indice zéro. On désigne par A_U , A_B et A_V les quantités positives caractérisant l'absorption en magnitude qui affecte respectivement les magnitudes apparentes désignées par U, B et V; on pourra se reporter à l'Annexe I de la partie B pour ces notations et définitions.

1°- L'analyse de l'absorption interstellaire observée à différentes longueurs d'onde montre que $A_B = 1,31 A_V$ et $A_U = 1,53 A_V$. Quelle est la variation correspondante de l'absorption A_λ en fonction de λ ?

2°- On rappelle ci-après la définition des excès de couleur dus à l'absorption interstellaire : $E(B-V) = (B-V) - (B-V)_0$ et $E(U-B) = (U-B) - (U-B)_0$.

- a - exprimer $E(B-V)$ et $E(U-B)$ en fonction de A_V .
- b - que vaut le rapport $E(U-B)/E(B-V)$?
- c - comment déduire A_V de l'excès de couleur $E(B-V)$?
- d - justifier brièvement les appellations "excès de couleur" et "rougissement interstellaire".

Rappeler brièvement quelle est la signification physique de l'indice de couleur d'une étoile.

3° - La figure 1 jointe est un diagramme "couleur-couleur" donnant la position des étoiles de la série principale en absence de rougissement interstellaire.

Les valeurs $(B-V)_0$ et $(U-B)_0$ correspondent à l'étoile de référence en photométrie Véga pour laquelle, par convention, on a défini des échelles en magnitude U, B et V telles que ces indices de couleur soient nuls.

a - préciser dans quel sens varie la température superficielle d'une étoile sur chacun des deux axes.

b - une étoile affectée par le rougissement interstellaire aura une position observée sur cette figure, correspondant aux indices $(U-B)$ et $(B-V)$ mesurés, en dehors de la courbe tracée. Dessiner sur la Figure 1 la position d'une étoile rougie.

c - Déduire du résultat obtenu précédemment au 2°-b, comment on peut retrouver directement à partir de la figure 1, la position corrigée exacte de l'étoile et la valeur de son excès de couleur $E(B-V)$ et de l'absorption A_V .

d - Appliquez ce procédé à une étoile pour laquelle $(B-V) = +0,2$ et $(U-B) = -0,4$ et calculez la valeur des indices dérougis.

4° - On donne sur la figure 2 les positions des étoiles de l'amas entourant RS Puppis pour lesquelles on a déterminé la magnitude apparente corrigée V_0 et l'indice de couleur corrigé $(B-V)_0$. On a également indiqué (courbe tracée en tiret) la série principale d'âge zéro (ZAMS) qui passe au mieux parmi les points observés (voir chapitre VII - 4 - 1). La magnitude absolue, en ordonnée, correspondant à cet ajustement est indiquée à droite de la figure 2.

a- on donne ci-après les paramètres mesurés pour deux des étoiles de l'amas :

	V	(B-V)	(U-B)
étoile n°2 :	10,77	+0,28	-0,38
étoile n°27:	11,15	-0,01	-0,47

Appliquez la méthode décrite précédemment au 3°-c pour trouver les paramètres $E(B-V)$, A_V , V_0 et $(B-V)_0$ pour chacune de ces deux étoiles.

b- déduire de la figure 2, la distance de l'amas en kpc ($1\text{kpc}=10^3$ parsecs).

5°- L'observation de la variation périodique d'éclat de RS Puppis a fourni les paramètres suivants : $\langle V \rangle = 6,98$; $E(B-V) = 0,55$; $\log P = 1,617$ (où P désigne la période avec $P = 41,384$ jours).

a- déterminer $\langle V_0 \rangle$.

b- en admettant que RS Puppis obéit à la relation classique "période-luminosité moyenne" des céphéides décrite par : $\langle M_V^0 \rangle = -1,27 - 2,94 \log P$, déterminer sa magnitude absolue moyenne $\langle M_V^0 \rangle$.

c- en déduire la distance de RS Puppis en kpc.

d- comparer ce résultat à celui obtenu pour la distance de l'amas.

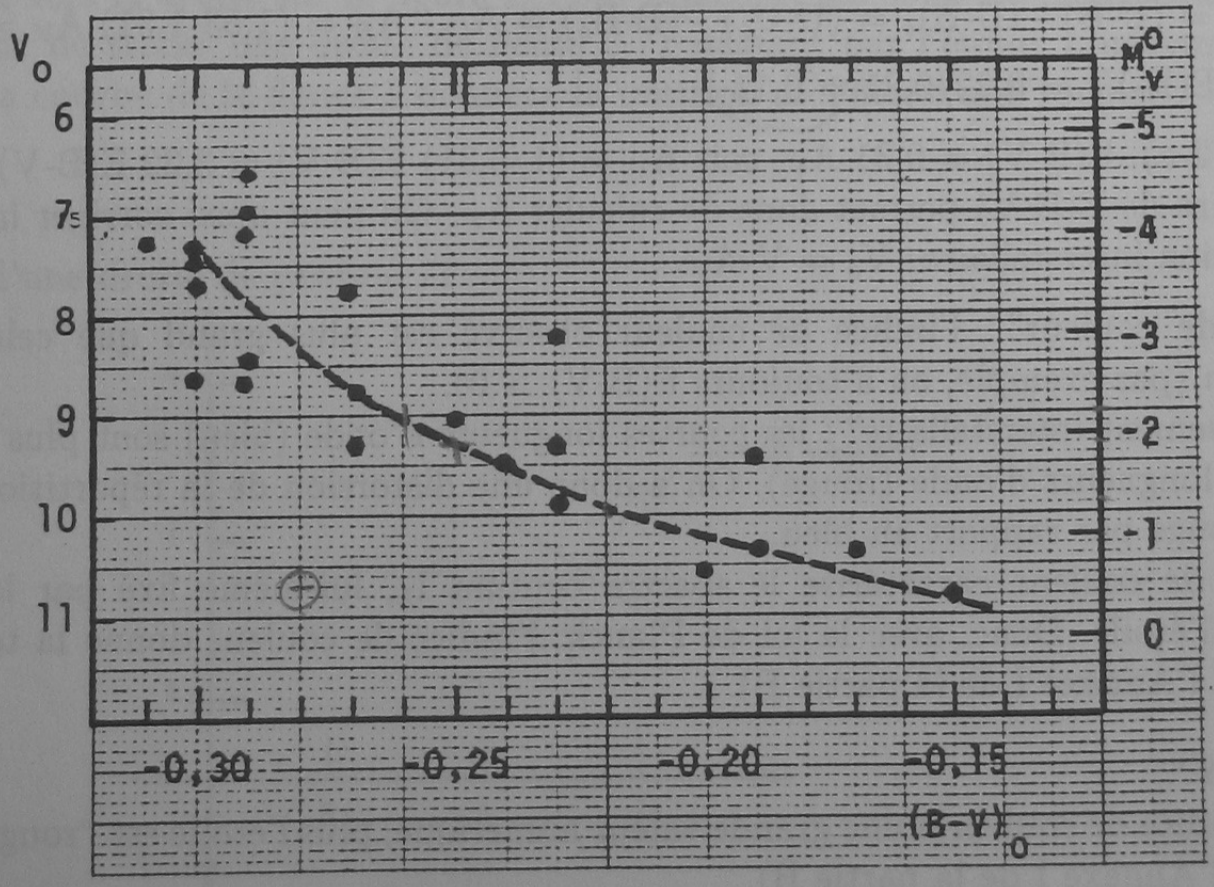
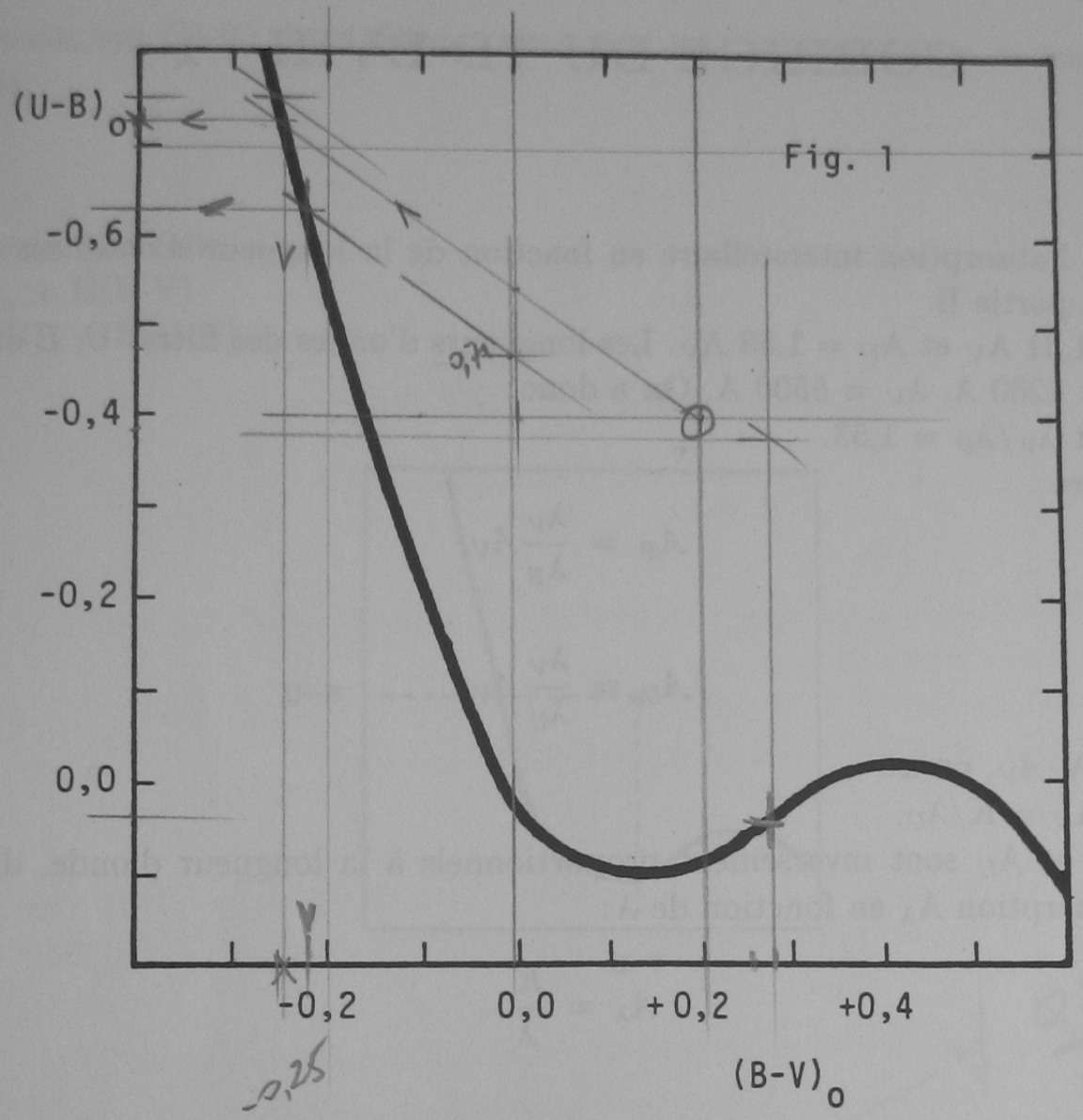


Fig. 2

CORRIGE DU TD BVIII - 1

Question 1 :

La variation de l'absorption interstellaire en fonction de la longueur d'onde est décrite dans l'Annexe I de la partie B.

On a $A_B = 1,31 A_V$ et $A_U = 1,53 A_V$. Les longueurs d'ondes des filtres U, B et V sont : $\lambda_U = 3600 \text{ \AA}$, $\lambda_B = 4200 \text{ \AA}$, $\lambda_V = 5500 \text{ \AA}$. On a donc :

$$\lambda_V/\lambda_B = 1,31 \text{ et } \lambda_V/\lambda_U = 1,53.$$

On peut écrire :

$$A_B = \frac{\lambda_V}{\lambda_B} A_V$$

De même,

$$A_U = \frac{\lambda_V}{\lambda_U} A_V$$

Si on pose $K = \lambda_V A_V$, on a :

$$A_B = K/\lambda_B \text{ et } A_U = K/\lambda_U.$$

On voit que A_B et A_U sont inversement proportionnels à la longueur d'onde, d'où la loi de variation de l'absorption A_λ en fonction de λ :

$$A_\lambda = \frac{K}{\lambda}$$

Question 2 :

a- $E(B-V) = (B-V) - (B-V)_o = (B-B_o) - (V-V_o) = A_B - A_V = 0,31 A_V$

$$E(U-B) = (U-B) - (U-B)_o = (U-U_o) - (B-B_o) = A_U - A_B = (1,53-1,31) A_V = 0,22 A_V$$

b- $E(U-B)/E(B-V) = 0,22/0,31 = 0,71$

c- D'après (2-a), $E(B-V) = 0,31 A_V$, soit $A_V = (1/0,31) E(B-V) = 3,22 E(B-V)$

La mesure de $E(B-V)$ permet donc de calculer A_V . On peut ainsi corriger la magnitude V de l'absorption interstellaire : $V_o = V - A_V$.

d- "Excès de couleur" : l'indice de couleur observé est plus grand que celui non affecté d'absorption (par exemple, on a toujours $E(B-V) > 0$).

"Rougisement interstellaire" : les courtes longueurs d'onde (bleu) sont plus absorbées que les grandes longueurs d'onde (rouge). On a donc une distorsion de la répartition spectrale en faveur du rouge par rapport au bleu.

L'indice de couleur caractérise le spectre continu I_λ , lui-même fixé par la température effective de l'étoile. Donc, avec la loi de Planck, l'indice de couleur donne la température de l'étoile (voir l'Annexe I de la partie B).

Question 3 :

a- Plus un indice de couleur a une grande valeur numérique, plus l'étoile est "rouge", c'est-à-dire froide (voir l'Annexe I de la partie B).

La température varie en sens inverse de l'indice de couleur. Sur la figure 1, on a donc la température décroissante de gauche à droite en abscisse et croissante de bas en haut en ordonnée.

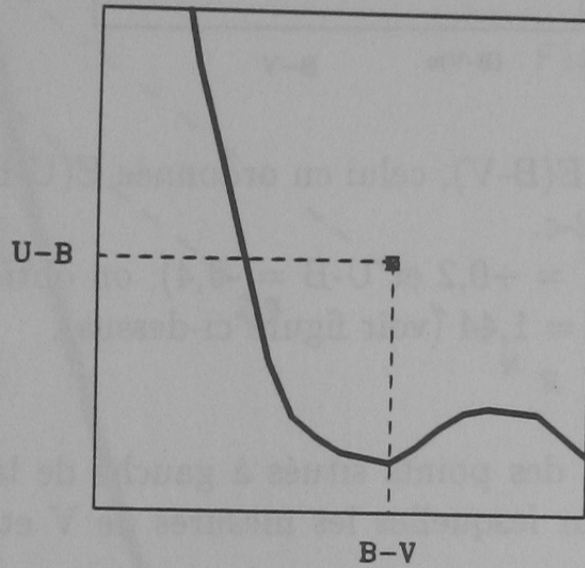
On trouvera dans l'Annexe I de la partie B une table donnant la correspondance entre les valeurs de $(B-V)$ et la température effective de l'étoile. Des tables équivalentes existent

pour l'indice de couleur (U-B). La différence entre ces deux indices résulte de leur position en longueur d'onde.

b- Une étoile rougie est telle que :

$$(B-V) = (B-V)_o + E(B-V)$$

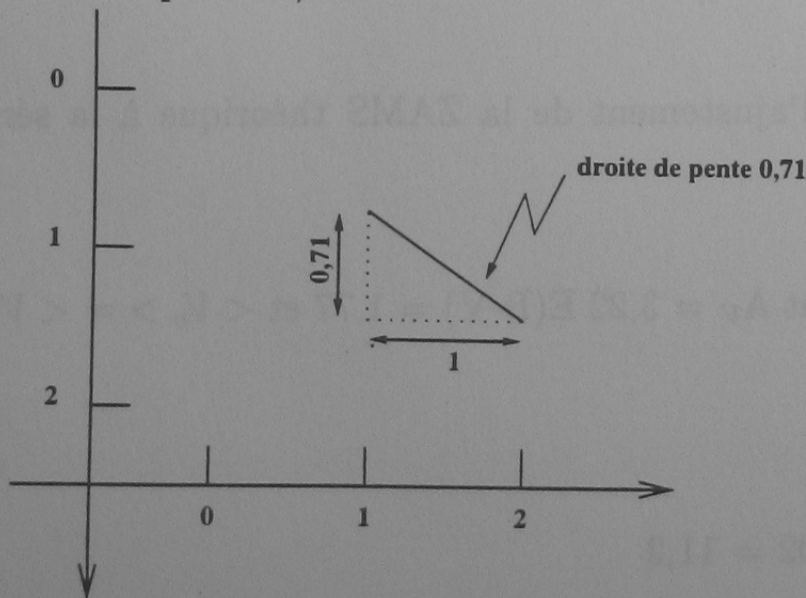
$$\text{et } (U-B) = (U-B)_o + E(U-B).$$



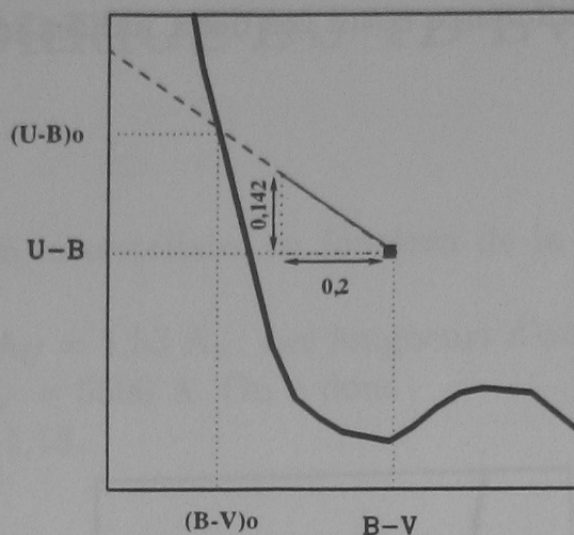
Q2B

c- En fonction du rougissement, une étoile rougie se déplacera le long d'une droite de pente 0,71, vers le bas et vers la droite sur la figure 1. Pour retrouver les couleurs intrinsèques d'une étoile, il suffit donc de tracer une droite de pente 0,71 passant par l'étoile. L'intersection de cette droite avec la courbe de la figure 1 donnera la position de l'étoile non rougie.

Construction d'une droite de pente 0,71 :



Dans le cas de la figure 1, on choisira des valeurs plus appropriées :



d- Le déplacement en abscisse donne $E(B-V)$, celui en ordonnée $E(U-B)$. On retrouve alors A_V à l'aide de la relation de la question 2-c.

Dans l'exemple considéré ici ($B-V = +0,2$ et $U-B = -0,4$), on obtient $(B-V)_o = -0,25$, d'où $E(B-V) = 0,45$ et $A_V = 3,22 E(B-V) = 1,44$ (voir figure ci-dessus).

Question 4 :

On remarque qu'il y a sur la figure 2 des points situés à gauche de la ZAMS au voisinage de $(B-V)_o = -0,30$. Il s'agit d'étoiles pour lesquelles les mesures de V et de $(B-V)$ sont affectées d'une erreur importante.

a- D'après la méthode exposée ci-dessus, on obtient (voir figure à la fin du corrigé) :

Etoile	$(B-V)_o$	$E(B-V)$	A_V	$V_o = V - A_V$
2	-0,26	0,54	1,74	9,03
27	-0,22	0,22	0,70	10,45

b- On lit directement sur l'échelle le module de distance

$$V_o - M_V^o = 11,2 = 5 \log d - 5$$

soit $d = 1,74$ kpc.

Cette distance correspond à l'ajustement de la ZAMS théorique à la série principale de l'amas.

Question 5 :

a- On a $E(B-V) = 0,55$. On obtient $A_V = 3,22 E(B-V) = 1,77$ et $\langle V_o \rangle = \langle V \rangle - A_V = 5,21$.

b- $\langle M_V^o \rangle = -1,27 - 2,94 \log P$

$$\log(41,384) = 1,617$$

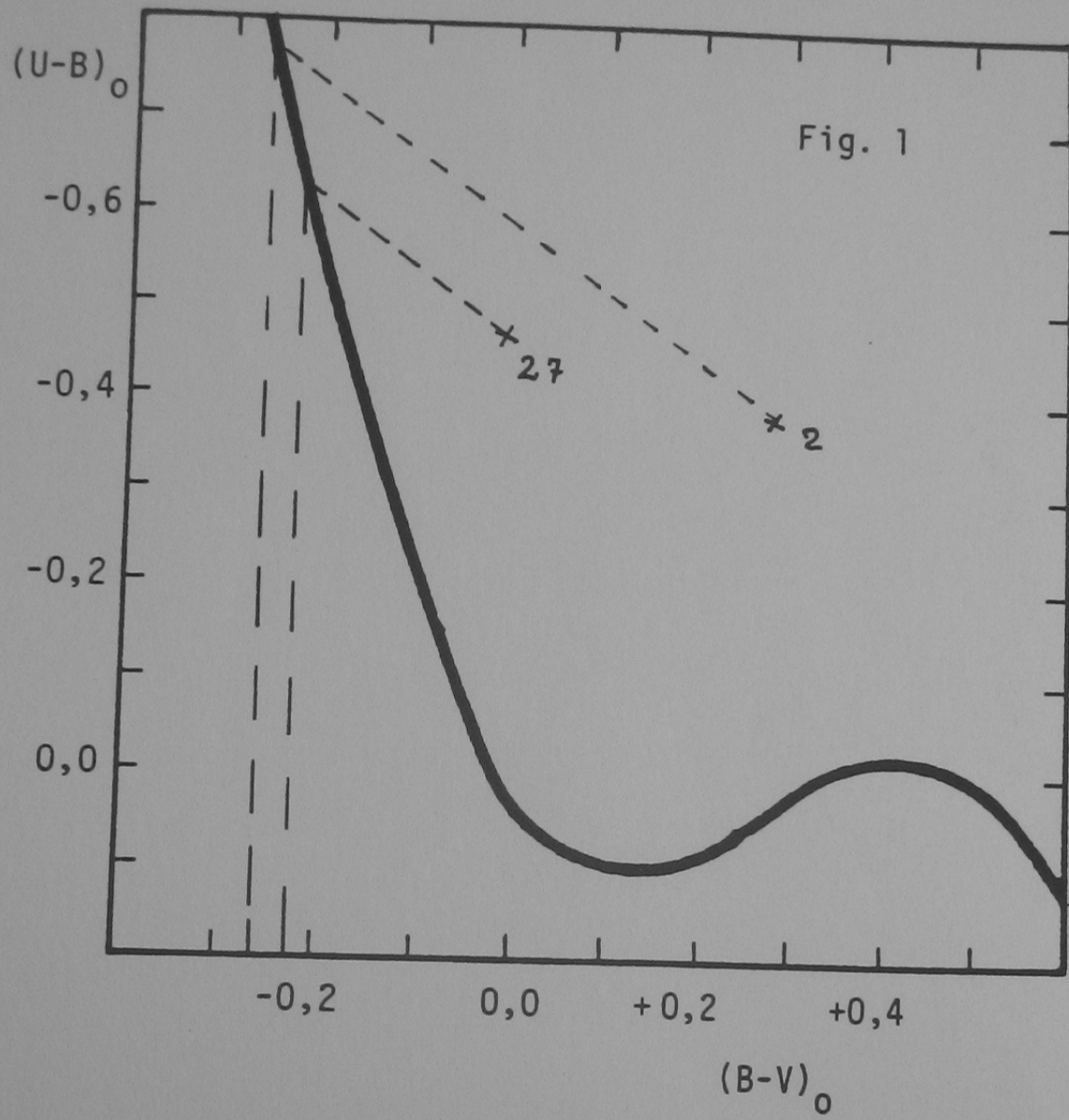
d'où $\langle M_V^o \rangle = -6,02$.

$$c- \langle V_o \rangle - \langle M_V^o \rangle = 5,21 + 6,02 = 11,2$$

$$\langle V_o \rangle - \langle M_V^o \rangle = 5 \log d_{pc} - 5,$$

d'où $d = 1,75$ kpc.

d- Ce résultat est en excellent accord avec le résultat obtenu à la question 4-b. Donc RS Puppis fait bien partie de l'amas et vérifie bien la relation période-luminosité des céphéides.



ENSEIGNEMENT DU DIPLÔME D'UNIVERSITÉ
DE
« ASTROPHYSIQUE : APPROFONDISSEMENT
À PROPOS DE L'ÂGE DE L'UNIVERS »
UNIVERSITÉ PARIS-SUD XI

Ces documents sont strictement réservés à l'usage privé de leurs destinataires et ne sont pas destinés à une utilisation collective. Les personnes qui s'en serviraient à d'autres usages, qui en feraient une reproduction intégrale ou partielle, une traduction sans le consentement du Centre National d'Enseignement à Distance s'exposeraient aux poursuites judiciaires et aux sanctions pénales prévues par la loi n° 92597 du 1^{er} juillet 1992.

Couverture : Cliché E.S.O.
European Southern Observatory